

# Material de estudio para el aprendizaje de la Matemática discreta

Francesc Vallverdú Bayés y Teresa Sancho Vinuesa  
Universitat Oberta de Catalunya

[Introducción](#)

[Planificación de una asignatura](#)

[Diseño del material de estudio](#)

[Un ejemplo: la interactividad en la asignatura de «Matemática discreta»](#)

[Conclusiones](#)

[Referencias](#)

## Introducción

Las tecnologías de la información y la comunicación, utilizadas en entornos educativos, obligan a replantear la metodología tradicional de aprendizaje y, en particular, el diseño del material de estudio. Tradicionalmente en entornos de educación a distancia el estudiante utiliza libros de texto, notas o apuntes y consulta bibliografía de referencia. Ello, con el asesoramiento de un profesor, le permite alcanzar los objetivos fijados en una asignatura. El estudiante debe asimilar una secuencia de contenidos a partir de la lectura de los textos, por un lado, y la realización de actividades o ejercicios de aplicación práctica, por otro.

La incorporación del ordenador, como una herramienta más del proceso de aprendizaje, permite que el estudiante realice actividades interactivas mediante simulación de procesos reales. Una actividad o experimento puede repetirse tantas veces como se desee, pueden modificarse parámetros y condiciones generales e incluso pueden analizarse situaciones límite sin riesgo alguno, y todo ello sin que el estudiante sea un

experto en informática. Además puede realizar, con gran facilidad y rapidez, actividades que de otro modo resultarían prácticamente imposibles.

La popularización de las tecnologías de la información y la comunicación permite considerar un gran conjunto de nuevas facilidades de aprendizaje. Básicamente se facilita la comunicación interpersonal, la transferencia de documentos y su gestión. Los documentos dejan de ser solamente textuales ya que pueden incorporar enlaces de interrelación (hipertextos), elementos multimedia (sonido, imagen o vídeo) y simulaciones interactivas. Al mismo tiempo pueden ser gestionados con criterios diversos y pueden presentarse adaptados a una gran variedad de situaciones y necesidades. Otro aspecto de gran relevancia es la posibilidad de utilizar formatos estándar, como por ejemplo documentos navegables en formato XML, que permiten a múltiples usuarios compartir, alimentar, gestionar y reutilizar contenedores de información.

### **Planificación de una asignatura**

El plan de estudios de cualquier carrera universitaria establece una estructura en asignaturas que ordenan los contenidos que el estudiante debe aprender. Asumiendo la idoneidad de este plan de estudios y presuponiendo que la distribución de los contenidos en las distintas asignaturas, así como la interrelación entre ellas, es la adecuada, se centrará la discusión en la planificación de una asignatura concreta.

Al planificar una asignatura deben tenerse en cuenta tres factores fundamentales: los contenidos, la duración del periodo lectivo y la carga docente asignada. Se trata, evidentemente, de distribuir el

aprendizaje de los contenidos a lo largo de este periodo de modo que la dedicación del estudiante sea homogénea.

A modo de ejemplo se considera la asignatura Matemática discreta de la titulación de Ingeniería Técnica Informática de la Universitat Oberta de Catalunya (UOC). La asignatura tiene 6 créditos que representan una carga lectiva, para el estudiante, de 90 horas (en la UOC se establece que 1 crédito equivale a 15 horas de dedicación). Puesto que el periodo docente es de 15 semanas debe realizarse una planificación que contemple una dedicación de 6 horas semanales de trabajo para el estudiante.

En el caso de la UOC el estudiante dispone de un material de estudio y de un profesor consultor. Éste, mediante un Campus Virtual, le proporciona una temporalización detallada de las actividades a realizar a lo largo del curso, le guía en el estudio y le resuelve las dudas y problemas que le puedan aparecer en el proceso de aprendizaje.

### **Diseño del material de estudio**

El material de estudio es el elemento básico y fundamental que tiene un estudiante para alcanzar los objetivos fijados en una asignatura. Aquí se propone un diseño del material basado en la estructuración de los contenidos en unidades de trabajo semanal. En el caso que nos ocupa cada una de estas unidades debe tener una carga docente de 6 horas que se programan en dos o tres sesiones de trabajo personal.

Las unidades de trabajo son autocontenidas y para cada una de ellas deben especificarse las unidades inmediatamente antecedentes, es decir aquellas que integran los contenidos que se supone deben haberse asimilado

previamente. Así, a partir de una unidad concreta pueden reconstruirse, recursivamente, los posibles caminos que conducen a ella.

Cada unidad semanal contiene una parte expositiva de los contenidos, una serie de actividades propuestas y un conjunto de elementos de autoevaluación. La exposición de los contenidos debe ser presentada para ser leída con comodidad. En este sentido los estudiantes de la UOC muestran sus preferencias hacia el material impreso para estudiar, aunque aprecian que el mismo contenido sea presentado en formato digital para ser consultado. En este caso no solamente se dispone de texto e imagen sino que también pueden incorporarse enlaces, sonido e imágenes en movimiento. Las actividades que se proponen deben considerar todas las herramientas disponibles, desde el lápiz y papel hasta los programas de simulación matemática, sin olvidar todos los elementos interactivos accesibles en red. Los elementos de autoevaluación deben servir al estudiante para comprobar su grado de maduración y asimilación de los conceptos, resultados, procedimientos o habilidades.

El material de estudio debe contemplar distintos formatos de presentación. Por un lado debe disponerse de una versión impresa que integre los tres elementos mencionados. Por otro lado es necesario realizar una integración alternativa en formato navegable, utilizando formato XML, enlaces y recursos interactivos accesibles con el navegador.

El equipo de autores debe elaborar el material de cada unidad consciente del uso al que se destina, es decir, debe tener en cuenta, no sólo los contenidos y la carga de trabajo que representan sino el modo en que el estudiante los

abordará, los formatos en los que trabajará y los elementos de aprendizaje que tendrá a su disposición. Para ello deberá utilizar tecnologías que permitan marcar o etiquetar el contenido, por un lado, y tecnologías que permitan introducir interactividad, por otro.

En un sistema de aprendizaje a distancia, como el que se da en la UOC, los elementos interactivos adquieren especial relevancia. Con ellos el estudiante puede experimentar con facilidad, disponer de elementos multimedia y el sistema puede gestionar las acciones que realiza el estudiante.

### **Un ejemplo: la interactividad en la asignatura de Matemática discreta**

A modo de ejemplo se presentan algunos de los aspectos más novedosos, por lo que a la interactividad se refiere, aplicados a la versión del material de estudio, en formato navegable, de la asignatura Matemática discreta [2], [4], [5], [7]. En concreto se incorpora un espacio de simulación interactiva, lectura del texto seleccionado (incluyendo fórmulas matemáticas), inserción de anotaciones personales, procedimiento de pregunta y respuesta en formato libre, generación dinámica de las páginas del texto (dependiente de las respuestas del estudiante), generación de informes de evolución y posibilidad de marcaje de páginas de interés.

El contenido del material se almacena en una base de datos gestionada por un sistema de agentes. El profesor establece, mediante una estrategia de aprendizaje, cual es el mejor recorrido a través de las unidades semanales de estudio. Dependiendo del perfil de cada estudiante puede establecerse una u otra estrategia.

Para ilustrar este conjunto de

funcionalidades se desarrolla, brevemente, un problema clásico en esta materia: el problema de los desarreglos. Éste consiste en estudiar y analizar qué ocurre al asociar por parejas y de forma aleatoria elementos que de hecho están etiquetados por parejas indisolubles, es decir, de qué modo se acierta o no al realizar los emparejamientos al azar. Un caso concreto se plantea al tener que colocar un conjunto de cartas dirigidas a destinatarios específicos en los respectivos sobres. La cuestión es averiguar en cuantos casos ninguna carta queda en el sobre que le corresponde.

Al acceder por primera vez al problema únicamente aparece el enunciado en lenguaje coloquial. La finalidad es que el estudiante entienda, desde un punto de vista conceptual, el entorno del problema planteado. La [ilustración 1](#) muestra la página tal y como aparece por primera vez. Además del enunciado hay un botón con el epígrafe *Simulación*. El entorno de simulación permite al estudiante jugar con el problema, focalizando en los aspectos que más le interesen y sin límites en las opciones disponibles.

Un ejemplo de la apariencia de la simulación de este problema se muestra en la [ilustración 2](#). La parte izquierda permite realizar el experimento mediante simple arrastre de una carta a un sobre, o bien mediante la correspondiente botonera. El acierto o no de la pareja establecida se muestra también en la ilustración. La parte derecha muestra la evolución del experimento al realizar varias iteraciones. Puede ejecutarse el número de veces que el usuario decida, modificar el número de cartas disponible, o visualizar todos los resultados posibles del proceso de emparejamiento.

Una vez el estudiante decide resolver el problema, sale del espacio de simulación y vuelve a la página del enunciado. Esta página irá creciendo según la propia evolución de cada lector: se plantean preguntas que pueden ser contestadas o no y según el tipo de respuesta la evolución de la página será una u otra. Esta evolución es producto de una estrategia establecida de antemano por el profesor del curso. [La ilustración 3](#) muestra una posible evolución de la página. Entre otras cosas se ha añadido la formalización del enunciado y el planteamiento de una cuestión. Las fórmulas matemáticas se visualizan mediante un intérprete de *Latex* o *MathML*. Otra de las funciones incorporadas permite realizar la lectura del texto que se selecciona. En este caso se utiliza un conversor de texto a voz. Esta función es de gran interés en materiales que contienen fórmulas matemáticas: los estudiantes a distancia no tienen la posibilidad de oírlos con frecuencia y, por lo tanto, tienen dificultades para leerlos correctamente. Otra de las necesidades que deben satisfacerse es la de poder realizar anotaciones personales en el propio texto. Por ello se ha implementado una función que permite marcar (subrayar) el texto e insertar anotaciones propias, ya sea entre palabras o como notas a pie de página. Estas anotaciones pueden ser enviadas por correo electrónico. Si el destinatario dispone del mismo entorno de trabajo verá incorporadas estas notas de modo automático.

La evolución de la página html depende de las acciones que realiza el estudiante (pulsar un botón, responder una pregunta correctamente o no, consulta de material adicional, escritura de anotaciones personales, etc.). La página html queda personalizada para cada lector, de modo que al acceder a ella se tiene siempre la configuración en que

quedó en la visita anterior.

El desarrollo de este material se realiza siguiendo el standard XML, en entorno RDF [3]. Documentos de texto son en formato html e incluyen las fórmulas matemáticas escritas en *Latex*. Las simulaciones y demás elementos interactivos se desarrollan en Java, ya sean *applets* o *scripts*.

## Conclusiones

Las Tecnologías de la Información abren nuevas perspectivas en el proceso de aprendizaje a distancia. Agilizan la comunicación asíncrona entre estudiantes y profesores y proporcionan recursos interactivos al estudiante. Por un lado el estudiante puede acceder a espacios de simulación interactiva que incorporan al proceso de aprendizaje una componente lúdico experimental de gran valor pedagógico. Por otro lado se adecua, dinámicamente, el material de estudio al nivel y características personales del estudiante.

En este trabajo se ha presentado el desarrollo de un prototipo de ejercicio aplicado a un libro navegable de matemáticas. Una estrategia personalizada permite la evolución individual del estudiante en la realización y desarrollo del ejercicio. Además se han incorporado facilidades para la lectura de fórmulas matemáticas, incorporación en las páginas de notas personales, sombreado de texto y posibilidad de envío de notas y comentarios por correo electrónico.

La estructuración de contenidos en unidades de estudio semanal permite la adaptación del itinerario de aprendizaje de una materia o asignatura al perfil de cada estudiante, considerando tanto sus conocimientos previos como su comportamiento personal. Además esta estructuración posibilita la interrelación



de asignaturas ya que pueden reutilizarse unidades de áreas temáticas comunes. Una de las áreas temáticas comunes a muchas de las titulaciones que se imparten en la UOC es la Estadística.

La Estadística actúa como disciplina puente entre los modelos matemáticos y los fenómenos reales. De hecho, estudia como obtener conclusiones a partir de un conjunto de datos y, por lo tanto, es fundamental en la toma de decisiones. De este modo, en tanto que tecnología de las ciencias experimentales, es utilizada en la mayoría de estudios universitarios y forma parte de los currícula de la mayoría de los estudios universitarios. Atendiendo a las características de esta materia, se ha diseñado un entorno común a todos ellos que incorpora estrategias de aprendizaje activo [6].

A partir de los objetivos marcados en cada uno de los distintos planes de estudio se han establecido los objetivos y los contenidos de esta materia en las distintas carreras. La propuesta docente de cada asignatura se basa en un plan de trabajo articulado mediante sesiones periódicas en las que se determinan los objetivos, los contenidos y las actividades necesarias para alcanzar dichos objetivos. Un estudiante recibe el material de estudio que mejor se adapta a la carrera en la que está matriculado, siempre teniendo en cuenta su perfil personal.

## Referencias

[1] Mayor, G. *et al.*: *Matemàtica discreta, formato electrònic*. Universitat Oberta de Catalunya, 1998.

[5] Vallverdu, F; Sancho, T: «An Interactive E-Book Applied to Mathematical Learning» en *17<sup>th</sup> International Conference on Technology and Education*. Tampa, Florida.

- [2] Sancho, T. *et al.*: 10-13
- [3] Abad, A., Mor, E. y Santanach, F.: *ALF. Building an ITS with Autonomous Agents. Catedra IBM-LaCaixa,*
- [4] Vallverdu, F; Sancho, T.: «Agentes inteligentes y libros digitales», *Actas del VII Congreso Universitario de Innovación Educativa en la enseñanzas técnicas,* pp. 401:414. Huelva, 15 de
- [6] Sancho, T. *et al.*: *ZELIG: Statistics for all.* International Conference on Mathematics/Science Education &
- [7] Vallverdú, F. *et al.*: *A Navigable Book to Learn Discrete Mathematics.* International Conference on Mathematics/Science Education & Technology. San Diego, California. 5-8 Febrer del

---

**Centro Virtual Cervantes**

© Instituto Cervantes (España), 2000-2003.  
Reservados todos los derechos.