

**GALILEANOS CONTRA CORRIENTE:
FRANÇOIS BLONDEL Y *L'art de jetter les bombes* (1683)**

Encarnación HIDALGO CÁMARA
UNED, Becaria de Investigación, Dpto. de Lógica

1.- La herencia galileana

La historia de la balística es la historia de los sucesivos intentos por hallar solución al siempre escurridizo problema de la determinación matemática de la trayectoria de los proyectiles. Englobada primeramente dentro de la mecánica aristotélica, la balística se emancipó y se convirtió en una disciplina con carácter propio en 1537, año en que Tartaglia publica *Nova Scientia*¹, haciendo alusión en el título a la novedad que supone publicar por vez primera un estudio del movimiento de los proyectiles en el que se prescinde del habitual contexto del tratado de física aristotélico. La aplicación estricta de los principios aristotélicos, rechazando la composición del movimiento, presentaba una trayectoria integrada por una línea recta, fruto de la fuerza de impulsión -oblicua si se trata de un disparo por elevación y horizontal si es un disparo horizontal-, y otra vertical de caída del proyectil a tierra, siendo el punto de mínima velocidad aquél en que el proyectil se halla al final de la primera recta. Así, la trayectoria de un proyectil era debida a la sucesión de dos tipos de movimientos: un primer movimiento violento seguido de un movimiento natural.

Tartaglia presentó su teoría en dos tiempos. Primeramente en la *Nova Scientia*, en donde realmente no abandonaba por completo el terreno aristotélico, al reconocer en la trayectoria: 1) un tramo en línea recta, seguido de 2) un arco de círculo y 3) una vertical al suelo. El tramo curvo intermedio se integraba dentro del primero y ambos eran fruto del movimiento violento de impulsión del proyectil. El último tramo recto, una tangente al curvilíneo, correspondía al movimiento natural de caída. No obstante, no quedó muy satisfecho con esta explicación, y apostilló que en

¹ TARTAGLIA, Nicolò, *Nova Scientia*, Venecia (1537).

realidad, debido al peso del móvil, ninguna trayectoria excepto la vertical podía tener una parte perfectamente recta. El siguiente paso lo dió en 1546 al publicar *Questi et inventione diverse*, en donde admite abiertamente la composición de movimientos y proclama que la trayectoria de los proyectiles es curvilínea en toda su extensión.

Desde Tartaglia hasta Galileo distintos autores (Luis Collado, Luis de Alava, Julián Firrufino, Diego Ufano etc²) se ocuparon de la difusión de los principios matemáticos de la artillería tomados principalmente de la *Nova Scientia*, pero ninguno de ellos hizo aportaciones de consideración, sino que más bien elaboraron una mezcla personal de los principios básicos de Tartaglia con los saberes prácticos más extendidos entre los artilleros. Pronto se observa una clara división de opiniones y de actitudes entre aquéllos que abogan firmemente por el futuro matemático de la artillería y los que contemplan con escepticismo su aplicación, pues no en balde los resultados obtenidos en la práctica difieren excesivamente de las expectativas creadas. Se inicia así una cruzada en pos de la conversión de los artilleros escépticos a la nueva fé matemática. Los que apuesten por ésta última invocarán continuamente el nombre de Galileo en su apoyo.

Éste dedicó al estudio del movimiento de los proyectiles la cuarta jornada de *Consideraciones y demostraciones matemáticas*³, en donde defiende que la trayectoria de los proyectiles es una parábola, prescindiendo de la resistencia del aire. Galileo no trabajó nunca directamente con armas de fuego o piezas de artillería, sino que utilizó en su lugar planos inclinados, de manera que la velocidad adquirida por la bala viene a ser la velocidad adquirida por una esfera en su movimiento descendente a lo largo del plano, minimizando siempre la resistencia del aire. Su avance respecto a Tartaglia reside en haber interpretado la trayectoria curva como el resultado de la composición del movimiento de caída del proyectil (vertical, descendente y acelerado) y del de la impulsión por la detonación de la pólvora (horizontal y uniforme), con lo cual rompe definitivamente el esquema aristotélico.

² COLLADO DE LEBRIJA, Luis; *Plattica manual de artigleria*, Venecia (1586). ALAVA Y VIAMONT, Diego de; *El perfecto capitán instruido en la disciplina militar, y nueva ciencia de la artillería*, Madrid (1590). FIRRUFINO, Julián; *Descripción y Tratado muy breve y lo más provechoso de artillería hecho y experimentado. Por el doctor Julián Ferrofino [sic], cosmógrafo mayor de su Majestad el año de 1599*. UFANO, Diego. *Tratado de la Artillería y uso della, platicado por el capitán Diego Ufano en las guerras de Flandes*, Bruselas (1613).

³ GALILEI, Galileo; *Discorsi e dimostrazioni matematiche in torno a due nuove scienze* (1638). Existe traducción española; *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, introducción y notas de C. Solís y trad. de J. Sádaba, Madrid, Editora Nacional, reimpresión (1981).

En su identificación del tipo de curva propio de la trayectoria se apoya en la autoridad de Apolonio, quien en *Cónicas* recogió las propiedades geométricas de la parábola. A Galileo le bastó con dos de éstas. Véase la figura 1.

Se trata de un cono recto de base $ibkc$ y vértice l que, cortado por un plano paralelo a lk da origen a la parábola bac de base bc . Ésta corta el diámetro ik de la base en ángulos rectos. Tómese ahora un punto cualquiera f de la línea parabólica y trácese fe paralela a la base de la parábola. Galileo demuestra geoméricamente que el cuadrado de la mitad de la base de la parábola bd , o lo que es lo mismo, el radio de la base del cono, es al cuadrado de fe como el eje de la parábola ad es a ae .

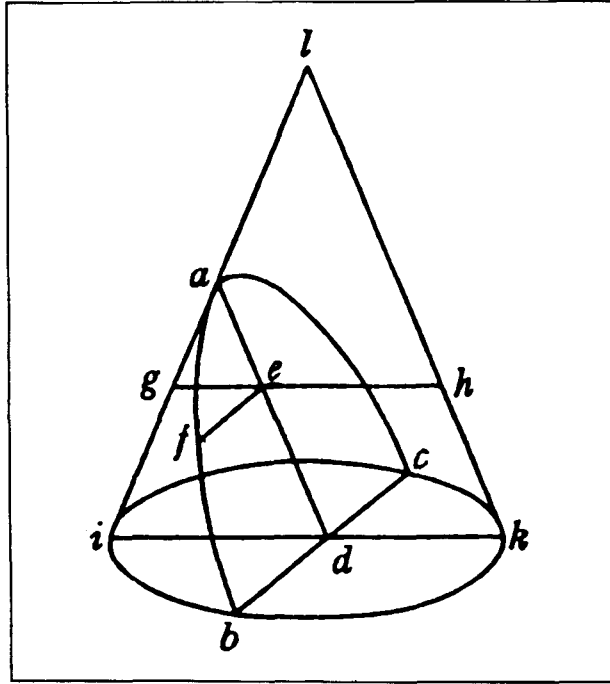


Figura 1

Para la segunda propiedad obsérvese la figura 2. Tenemos una parábola cuyo eje ca prolongamos hasta el punto d , y desde un punto b trazamos bc paralela a la base de la parábola de manera que la distancia ca sea igual a ad . Galileo afirma y demuestra geoméricamente que, en ese caso, la recta bd tocará a la parábola en b sin llegar a cortarla⁴. Bastan estas dos propiedades para identificar a la curva como una parábola.

La trayectoria semiparabólica de un disparo horizontal queda representada gráficamente en la figura 3. En ella la horizontal ab representa el

⁴ Consideraciones pp. 386-388 de la edición española citada.

movimiento horizontal y uniforme de la bala al abandonar la boca del cañón y bn el movimiento de caída acelerado debido a la gravedad (peso) del proyectil. Supóngase, además, que be , prolongación de ab , representa el paso del tiempo. En ella marcamos intervalos iguales de tiempo, bc , cd , de . Desde los puntos c , d , e , tracemos ahora los segmentos cl , df , eh que representan los espacios recorridos por el móvil en su caída en proporción al cuadrado del tiempo transcurrido en cada intervalo. Es decir, que cl es igual a 1, df lo es a 4, eh a 9 y así sucesivamente. Complétese la figura con los segmentos lo , fg , hl paralelos e iguales a las que marcaban los intervalos de tiempo, y márchense los puntos o , g , l , n que darán origen a los segmentos bo , og , gl , ln paralelos e iguales a los que representan los espacios recorridos. Si ahora unimos los puntos que representan la posición del móvil a cada intervalo de tiempo (b , t , f , h) obtendremos una semiparábola.

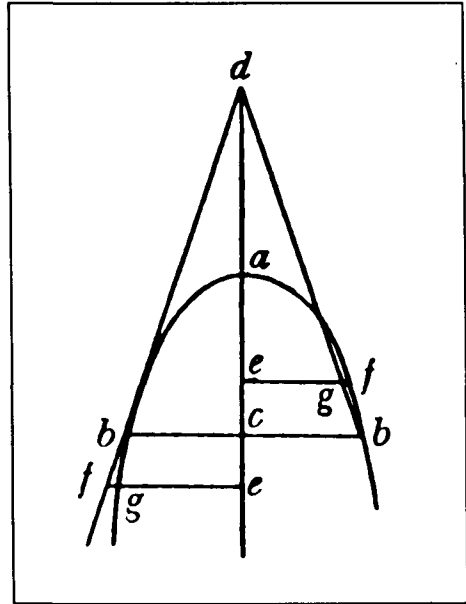


Figura 2

Serviéndose de la geometría euclidiana consolidada lo que desde ese momento serán puntos centrales de la balística: 1) el ángulo de elevación con el que se obtiene el máximo alcance es el de 45° , 2) los disparos hechos con ángulos de elevación complementarios propor-

Si uniéndose de la geometría euclidiana consolidada lo que desde ese momento serán puntos centrales de la balística: 1) el ángulo de elevación con el que se obtiene el máximo alcance es el de 45° , 2) los disparos hechos con ángulos de elevación complementarios propor-

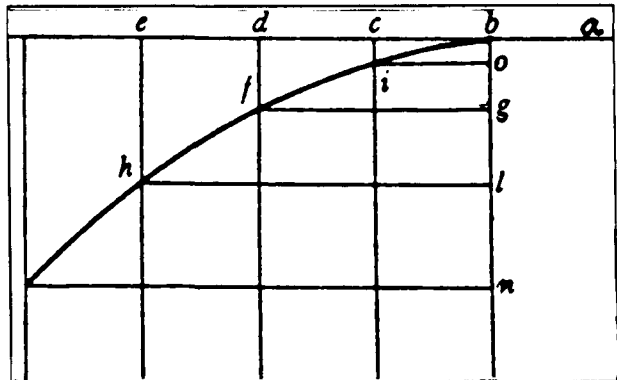


Figura 3

cional alcances idénticos, y 3) el alcance es proporcional al seno del doble del ángulo de elevación. Finalmente, incluye unas tablas de alcances calculadas a partir de unas tablas de senos.

La teoría parabólica adolecía de tres defectos principales, el más importante, puesto que a la larga sería el que la invalidaría, era su menosprecio de la resistencia del aire, al que hay que añadir la ausencia de los conceptos de inercia y de aceleración bien formulados. Ésto no impidió su larga pervivencia, incluso después de admitirse matemáticamente y de demostrarse experimentalmente la importancia de la resistencia del aire. De hecho, matemáticamente la teoría parabólica sigue considerándose un caso especial del movimiento de proyectiles. Gran parte de su influencia a lo largo de los siglos XVII y XVIII se debe a Blondel y su *L'art de jeter les bombes* (1683).

2.- Estado de la balística a finales del XVII

Ésta es una época en la que la artillería cobra una importancia militar creciente, lo que lógicamente repercute en el interés por el estudio de los diversos aspectos relacionados de una u otra forma con ella, si bien no llega a convertirse en una investigación prioritaria. En gran medida, esto último se debe a la desilusión causada por la insuficiencia de la teoría parabólica y a la carencia de una alternativa matemática más satisfactoria, por lo que los esfuerzos se encaminan hacia la observación y el registro de las diferentes circunstancias que concurren en los disparos. En aquellos países en donde existían instituciones científicas de carácter nacional y prestigio reconocido, como la Royal Society de Londres, la Academia de Ciencias de París, la de Berlín o la de San Petersburgo, se promovió su estudio teórico y experimental. Los resultados de dichas investigaciones se recogieron en sus respectivas publicaciones periódicas, produciéndose el siguiente intercambio de teorías y polémicas⁵.

Ahora bien, si se leen atentamente esos trabajos se advertirá que no forman parte de una investigación organizada y sistemática, sino que son observaciones y reflexiones puntuales que no alteran ni aportan nada

⁵ Merton, basándose en la *Historia de la Royal Society* de Birch, hizo un estudio estadístico de los trabajos relacionados con la tecnología militar y la artillería publicados en las *Philosophical Transactions* en los años 1661, 1662, 1686 y 1687, encontrando que aproximadamente el 10% de las investigaciones expuestas en la Royal Society en estos cuatro años se ocupan de la artillería. MERTON, Robert K.: *La sociología de la ciencia*, 2 vols., trad. española de N. Míguez en Alianza Universidad, Madrid (1985), vol. I pp. 285-86. (1ª ed. inglesa 1973).

revolucionario a la balística de la época⁶. Más bien al contrario, pues de la lectura de libros como el de Blondel se desprende un sentimiento de conformidad con el estado de la matemática aplicada a la artillería, que se viene arrastrando desde que Galileo afirmara que la fuerza con la que la pólvora impelia al proyectil era "sobrenatural" e imposible de sujetar a razonamientos filosóficos y matemáticos⁷.

Los matemáticos como Galileo y Torricelli zanjaban el conflicto abierto entre teoría balística y práctica artillera arguyendo que la superioridad de la geometría no quedaba empañada por los desajustes con la realidad, los cuales son considerados como excepciones achacables a múltiples factores estrictamente prácticos e irrelevantes, de carácter físico. En último extremo, se inclinan siempre a favor de la geometría.

Un ejemplo muy ilustrativo lo tenemos en la correspondencia entre Torricelli y Renieri. Giovanni Battista Renieri se dirige a Torricelli, discípulo de Galileo y defensor de la teoría parabólica, por vez primera en Agosto de 1647. Entonces le informa de que ha realizado diversas experiencias siguiendo las indicaciones que aparecen en su *Opera Geometrica*, hallando que los alcances son, proporcionalmente, muy superiores a los que señalaban las tablas de Galileo para el tiro horizontal⁸.

Renieri proponía una corrección *ad hoc* de la teoría imaginando que el eje de la parábola no se dirige hacia el centro de la Tierra sino que se desvía de él. Torricelli se apresuró a responder con el argumento clásico de que él no pretende describir la realidad tal y como es, sino manejar un

⁶ Muchos de estos trabajos aparecen citados y comentados en HALL, A.R.: *Ballistics in the seventeenth Century. A Study in the Relations of Science and War with Reference principally to England*. Cambridge, University Press (1952), y en MERTON, Robert K.: "Ciencia y técnica militar" en *Ciencia, tecnología y sociedad en la Inglaterra del siglo XVII*. Madrid, Alianza Editorial (1984), pp. 209-222. Recuentos meramente numéricos, como el que presenta Merton, pueden enmascarar el carácter esporádico de la investigación en artillería y balística, aunque no se debe olvidar que Merton escribe más como sociólogo que como historiador. Véase HALL, A. Rupert; "Gunnery, Science and the Royal Society", en J. Burke, *The Uses of Science in the Age of Newton*, University of California Press (1983).

⁷ "La razón de esto estriba en la excesiva y, por decirlo de alguna manera, supranatural violencia con la que son lanzados aquellos proyectiles; ciertamente, se puede decir sin exageración, pienso yo, que la velocidad con que se lanza un proyectil con un mosquete o con una pieza de artillería, es supranatural.", GALILEI, Galileo; *Consideraciones y demostraciones matemáticas ...*, p. 399.

⁸ Véase SEGRE, Michael; "Torricelli's Correspondence on Ballistics" en *Annals of Science*, 40 (1983) 489-499. La primera carta de Renieri data del 2 de Agosto de 1647, a la cual Torricelli respondió el día 8 del mismo mes. La segunda misiva del genovés llevaba fecha del 24 de Agosto y la respuesta de Torricelli fue a principios de Septiembre. Un mes más tarde éste fallecía.

asunto hipotético con el lenguaje de la geometría que ya usó Galileo. Las discrepancias que aparecen entre la teoría y el resultado de las experiencias prácticas las atribuye a factores secundarios que distorsionan el que debería ser el resultado previsto. Por ejemplo, el movimiento de la pieza en el momento en que se dispara, punto que reclamó la atención de todos los artilleros que se afanaron por fijar la importancia del retroceso del cañón, o bien porque éste tenga una elevación imperceptible cuando se tira en horizontal o porque exista un ligero desnivel entre la pieza y el objetivo.

Toricelli, que al igual que Galileo nunca comprobó su teoría con cañones ni con ninguna otra arma de fuego, propone repetir la puntería con varias escuadras diferentes para minimizar los errores debidos a posibles defectos en su uso y construcción, amén de realizar las experiencias a nivel del mar o en un llano, circunstancias éstas que difícilmente se van a dar en una batalla con ese grado de perfección.

Esta escuadra era, como su propio nombre indica, una escuadra metálica o de madera resistente, con un cateto considerablemente más largo que el otro, que se introducía en la boca del cañón. La hipotenusa era sustituida por un limbo de madera graduado con una escala del 1 al 12, de cuyo vértice pendía una pequeña plomada. Si la escuadra se introduce en el ánima horizontal, el peso coincide con el extremo de la escuadra que indica 0° de elevación, y si se apunta en vertical marca el punto 12 de la escala correspondiente a los 90° de elevación. Tartaglia observó que el alcance máximo correspondía a los 45° o, lo que es lo mismo, el 6° punto de la escuadra⁹.

En concreto, Torricelli propone verificar la trayectoria colocando espaciados delante del cañón diversos paneles de papel que al ser atravesados por la bala permitirán comprobar cuál ha sido su trayectoria. Renieri adoptó esta sugerencia e hizo instalar tres paneles de papel distribuidos a lo largo de la trayectoria prevista y, para su sorpresa, comprobó que la bala no había seguido una trayectoria parabólica sino cóncava, es decir, que el proyectil tras pasar por el segundo panel en vez de continuar descendiendo se elevaba. Difícilmente podía tener Torricelli una respuesta adecuada para tan sorprendente hallazgo y no pudo hacer otra cosa más que reafirmarse en su postura de no haber dirigido su obra

⁹ Los militares, tanto ingenieros como artilleros, necesitaban instrumentos sencillos y fácilmente transportables que les evitasen realizar cálculos engorrosos en circunstancias poco propicias. El mismo Galileo publicó en 1606 un folleto titulado *Le operazioni del compasso geometrico et militare*, en donde explicaba la construcción de un compás que evitase el uso de pluma, papel y ábaco. A pesar de que la exactitud de este compás era limitada, tuvo cierto éxito económico, lo que indica la existencia real de una necesidad en el ejército de este tipo de instrumentos, portátiles y de manejo sencillo.

a los artilleros sino a los filósofos. El intercambio epistolar entre ambos quedó interrumpido pocas semanas después por el fallecimiento de Torricelli.

A finales del XVII, y durante buena parte del XVIII, la práctica artillera seguía basándose en la repetición de disparos buscando sucesivas aproximaciones al objetivo, siendo decisiva la experiencia del artillero que dispara la pieza.

3.-Defensa de la teoría parabólica antes, durante y después de Newton

Definitivamente, a partir de Galileo quedan nitidamente perfiladas dos comunidades de individuos que se interesan por el desarrollo de la artillería: 1) la de los matemáticos, que se acercan al problema balístico desde la perspectiva general de la mecánica, en la que la balística es un caso particular, especialmente propicio para la comprobación de sus teorías, y 2) la de los artilleros prácticos y autores militares, quienes recelan más o menos abiertamente de la utilidad de la matemática basándose en las diferencias entre las predicciones matemáticas y los resultados reales. Los primeros achacan estas discrepancias sistemáticamente a factores puramente empíricos, de segundo orden, imprevisibles o difícilmente controlables tales como variaciones atmosféricas, disparidad de pólvoras, deficiencias en la fundición de los proyectiles y de las piezas etc. Todas ellas dejan impoluta la superioridad de la geometría por encima de factores estrictamente físicos.

La aceptación por parte de los artilleros prácticos tanto de Tartaglia como de la pléyade de autores que siguieron sus huellas con mayor o menor acierto no fue ni mucho menos general. Teoría y práctica no terminaban de caminar juntas y la divulgación de la teoría parabólica no obró tampoco un efecto inmediato. *L'art de jeter les bombes* de Blondel fue una obra de gran influencia tanto entre los oficiales mejor preparados como entre los matemáticos y filósofos en general interesados por la artillería, en la cual exponía y defendía la teoría parabólica contra las objeciones teóricas y prácticas acumuladas en casi medio siglo. Para ello se sirvió de diferentes experiencias llevadas a cabo por filósofos y matemáticos de prestigio¹⁰. En

¹⁰ Acerca de Blondel y *L'art de jeter les bombes* véase DUGAS, *opus cit.*, pp. 547-553. Los datos biográficos pueden consultarse, por ejemplo, en "BLONDEL (Francis)" en HUTTON, Charles: *A Mathematical and Philosophical Dictionary, containing an Explanation of the Terms, and an Account of the Several Subjects comprized under the Heads Mathematics, Astronomy and Philosophy both natural and Experimental.* 2 vols., London (1796), pp. 214-215.

realidad, Blondel hace mucho más que defender una teoría matemática particular ya que lo que aun se cuestionaba a finales del XVII era la aplicación de la matemática a la artillería.

Con anterioridad había participado en la redacción de un tratado de mecánica promovido por Colbert en la Academia de Ciencias de París junto con otros científicos como Picard, Huygens, Mariotte, Roberval, Römer y Buot¹¹, en cuyo planteamiento queda patente el concepto de mecánica y de las relaciones entre la física y la matemática a finales del XVII y principios del XVIII. En esta obra teoría y práctica debían ser explicadas con claridad y sencillez, para lo cual debía separarse la teoría de la física y hacer con ésta una especie de introducción. Esta forma de entender la mecánica, como una mezcla de teoría matemática y práctica física, subyace en *L'art de jeter les bombes* y explica la actitud del autor ante las repetidas discrepancias entre la práctica artillera y la teoría galileana del movimiento de proyectiles.

El período de gestación de esta obra se remonta a algunos años antes de 1683¹², cuando Blondel llevó sus inquietudes a la Academia de París en busca de cooperación para sacar a delante su propia investigación¹³. Así se explica el uso que hace de varios experimentos e hipótesis de varios autores coetáneos que no aparecen recogidos en sus obras. Este procedimiento causó el descontento de Philippe de la Hire, quien en las *Mém. Acad. Sci.* de 1700 expone un instrumento de su invención para apuntar las piezas de artillería, y denuncia que Blondel acudió a la Academia porque no sabía como resolver las dificultades para determinar el ángulo de elevación de un disparo. Varios de los académicos aportaron sus soluciones basadas en la construcción de instrumentos, que eran escuadras de Tartaglia modificadas, y siempre según la Hire, Blondel se apropió de estos resultados incluido el que propuso el mismo la Hire y el de Cassini¹⁴ sin indicar su procedencia real¹⁵.

¹¹ Véase *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, Tome I, (1666-1686) pp. 199-205.

¹² Véase también el resumen de esta obra que aparece en los volúmenes de la *Hist.* de la Academia de Ciencias de París correspondientes a 1677 y 1678.

¹³ De hecho, el informe que aparece en las *Mémoires* data de 1677. Más adelante, en el tomo IX de las *Mémoires*, aparece un extracto de un *Traité de mécanique* cuya Proposición CXXI, es una exposición condensada de los puntos principales de *L'art de jeter les bombes*. *Hist. Roy. Acad. Sci.*, tome IX, depuis 1666-1699, pp. 287-303.

¹⁴ Se trata de Jacques Cassini, conocido también como Cassini II (1677-1756), quien estudió en el Mazarine, en donde Varignon era profesor de matemáticas. Hizo experiencias sobre el retroceso de las armas de fuego.

En *L'art ...* encontramos una visión general de la teoría parabólica, primero tal y como la desarrolló Galileo (referida sólo a disparos hechos a un mismo nivel y en horizontal), después como la amplió Torricelli (disparos por elevación cuando la pieza y el objetivo se encuentran en planos distintos sobre el horizonte) y, además, la manera de hallar el ángulo de elevación que debe darse a una pieza para que alcance una distancia determinada, que es el caso más interesante para un artillero (Torricelli partía de que ya se conocía el ángulo). Un segundo punto de importancia es la descripción de diversas modificaciones de la escuadra de artilleros o de Tartaglia deteniéndose especialmente en la variación de Torricelli, la cual toma como base para otras. Finalmente, una tercera razón para consultar *L'art ...* es su exposición de las críticas teóricas y prácticas hechas a la teoría parabólica y la defensa de ésta sirviéndose de experimentos realizados por autores contemporáneos. Paradójicamente, el libro vió la luz cuando ya se estaba a punto de dar el siguiente paso decisivo de la historia de la balística, la aceptación por Newton de la resistencia del aire en la determinación de la trayectoria. Aun así, estuvo en candelero casi medio siglo más.

Su exposición general de la dinámica galileana va acompañada de frecuentes demostraciones geométricas tomadas tanto del *Diálogo ...* como de las *Consideraciones ...* A continuación pasa a los tres tipos de movimiento de proyección con sus respectivas características (vertical, horizontal y por elevación) para, finalmente, centrarse en la teoría parabólica que explica el último de estos tres casos siguiendo, o más exactamente, repitiendo el mismo camino que en su día recorrió Galileo con algunas aportaciones propias para enmarcar la teoría. Por ejemplo, la comparación que establece entre el movimiento de un proyectil con el de un cuerpo

¹⁵ M. de la HIRE; "Méthode générale pour le jet des bombes dans toutes sortes de cas proposés avec un instrument universel qui sert à cet usage", en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Année MDCC. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour la même année, tirés des registres de cette Académie. A Paris, Chez Jean Boudot, MDCCIII, pp. 144-145, y *Mém. Acad. Sci.*, pp. 198-206. El trabajo de Cassini era el "Traité de projection" que no pasó de manuscrito y se conserva en los Archivos de la Academia de Ciencias de París, en los Registros de las Sesiones de la Academia (*Registres manuscrits des Procès-verbaux des séances*), t. 10, fol. 193 r^o- 224 r^o. El método empleado por Cassini lo retomó Varignon en una de sus memorias sobre balística curvilínea presentadas a la Academia de Ciencias de París.

celeste, inserta en la unificación de las leyes de la mecánica celeste y de la terrestre¹⁶.

Como ya ha quedado dicho, Blondel se sirve de abundantes demostraciones geométricas sacadas de las obras de Galileo, pero en más de una ocasión la proverbial claridad de la geometría se espesa en su pluma, y hace pensar que raramente pudiera haber seguido esta obra en todos sus apartados alguien que de antemano no conociera la teoría galileana¹⁷. Añádanse algunas incoherencias que parecen achacables a erratas de imprenta, pues en distintos momentos las explicaciones no casan con las figuras que acompañan al texto. Existen además algunas repeticiones innecesarias¹⁸ en las que, por cierto, las cifras bailan ligeramente.

En la práctica la exactitud del disparo se basaba en un primer disparo de referencia, la medición de la distancia lograda, una tabla de alcances (basada en una tabla de senos), el planteamiento de una regla de tres y el traslado del resultado obtenido al cañón o al mortero mediante una

¹⁶ Blondel asimila el movimiento de un cuerpo celeste con el de una bola perfectamente esférica y uniforme en reposo sobre un plano horizontal al cual tocase en un único punto. La bola se mantendría en reposo pues, al ser su materia perfectamente uniforme, los "momentos de peso" ("moments de pesanteur") de sus partes serían todos iguales. El equilibrio de estos momentos se rompería al recibir una impresión exterior que la haría ponerse en movimiento. No hay nada cierto acerca de la magnitud de esta fuerza, por lo que podría ser cada vez mayor hasta llegar al infinito, igual que su velocidad, y en este estado se mantendría permanentemente. Del mismo modo puede explicarse aparentemente la uniformidad, igualdad y duración perpetua del movimiento de los cuerpos celestes, los cuales recibieron en el momento de su creación una velocidad impresa que aún conservan por su movimiento circular sin encontrar resistencia alguna.

¹⁷ Cuando en 1704 Varignon defiende la aplicación del cálculo infinitesimal a la teoría parabólica, cálculo cuyo resultado según Varignon reafirma la validez de la teoría, explicará que fue la confusión de las demostraciones geométricas que aparecían en *L'art de Jetter les bombes*, la cual le "... fit penser à les chercher par le calcul, lequel me les donna en deux coups de plume ...". M. VARIGNON; "Manière de discerner les vitesses des corps mus en lignes courbes, de trouver la nature ou l'équation de quelque courbe que ce soit engendrée par le concours de deux mouvements connus, et réciproquement de déterminer une infinité de vitesses propres deux à deux à engendrer ainsi telle courbe qu'on voudra et même de telle vitesse qu'on voudra suivant cette courbe" en *Hist. Roy. Acad. Sci. Année MDCCIV*. Avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour la même année. Paris (1706), pp. 286-306.

¹⁸ Por razones misteriosas Blondel expone no una sino dos veces los mismos ejemplos en apartados consecutivos. *Seconde partie, livre premier, chapitre premier: pour trouver l'étendue d'un coup sur une élévation donnée, Chapitre IV: usage de cette table pour trouver l'étendue sur une élévation donnée, y Chapitre V: trouver l'élévation sur une étendue donnée.*

escuadra de artilleros, bien como la de Tartaglia o bien alguna de sus variaciones. No cuesta trabajo imaginar que el artillero no siempre podía disponer de las condiciones adecuadas para seguir este procedimiento paso a paso. De esta serie de operaciones sólo la última, la utilización de un instrumento para apuntar la pieza, era absolutamente indispensable¹⁹.

De todas las posibles circunstancias en que fuera necesario servirse de la tabla de Galileo y Torricelli destaca por su frecuencia el caso en que objetivo y baterías no se encuentren al mismo nivel y, conociendo la distancia del enemigo, se desea averiguar la elevación que se debe dar a la pieza. Es un problema del que diversos autores se han ocupado partiendo de la teoría de Torricelli, tales como Dechales. El propio Blondel propuso este problema a la Academia de Ciencias de París, en el que venía a plantearse cómo disparar una bomba desde el punto A sobre el punto C, bien por encima o bien por debajo del horizonte AB, hallando el ángulo de elevación que haga describir al proyectil una parábola que pase por el punto C. Se supone que la carga de pólvora es siempre la misma, y se sabe que todas las trayectorias parabólicas que nacen desde un mismo punto, con la misma velocidad inicial y con todas las elevaciones posibles, tienen su vértice a lo largo de una elipse, cuyo eje mayor contiene 4 veces al eje menor. Buot, Rômer y la Hire aportaron sus soluciones sin salirse del terreno habitual de la geometría clásica²⁰.

Seis son las objeciones, tanto prácticas como teóricas, a las que Blondel da respuesta: 1ª.- *En un disparo ni la línea horizontal es recta ni las verticales son paralelas.* Ésta es una de las dos objeciones que ya Galileo expuso en las *Consideraciones ... por boca de Simplicio*. La respuesta que Blondel da a ella es la misma, remitiéndose a Arquímedes. Defiende que, si bien hablando con el máximo rigor geométrico la objeción es pertinente, no puede compararse la magnitud de la distancia de la superficie de la Tierra a su centro con las distancias que intervienen en la trayectoria de un proyectil. La trayectoria sería, en realidad, una hélice o una espiral de segundo género, pero su desviación respecto a una línea parabólica es

¹⁹ Blondel se basa en la variación que Torricelli hizo de la escuadra de Tartaglia para hacer sus propias variaciones, pero los fundamentos del instrumento y su utilización, básicamente son los mismos. *Ibidem*, pp. 97-103, 108-109 y 138-141.

²⁰ *Ibidem*, pp. 280-294. Philippe de la Hire estaba muy familiarizado con las propiedades de la parábola tras haber publicado en 1679 unos *Nouveaux éléments de sections coniques* dedicados a Colbert, en donde se dan cita los métodos de Descartes y parte del lenguaje de Desargues. En 1685 publicó *Sectiones conicae*, una versión propia de las *Conicas* de Apolonio según la traducción del latín al francés de Desargues.

despreciable. Esta postura la acompaña con la correspondiente demostración geométrica.

2.- La fuerza impresa al móvil no es perpetua, igual y uniforme.

Blondel asocia esta segunda objeción con la tercera, referente a la resistencia del aire, pues ciertamente el proyectil aparta en su camino las partículas de aire con que se encuentra y esto hace que los espacios que recorra en tiempos iguales, con una velocidad que disminuye continuamente debido a esa resistencia, no puedan ser iguales.

La extensa defensa que Blondel hace en este punto corresponde, temáticamente, a la que hace del menosprecio de la resistencia del aire, por lo que he preferido incluirla en el epigrafe correspondiente a ésta.

3.- La resistencia del aire altera el movimiento parabólico.

Como acabo de señalar, la segunda y la tercera objeción son en realidad una sola, y las respuestas que Blondel les da, aunque no son redundantes, sí pueden desarrollarse conjuntamente. Aquí retoma la misma postura del maestro e incluye lo que ya Galileo dijo al respecto, y concluye que es "... difficile (pour ne pas dire impossible) de parler avec science et certitude de tous les effets de la résistance en général, à cause de son irrégularité presqu'infinie;..."²¹. Añade un argumento de su propia cosecha a los razonamientos galileanos: aun admitiendo que el aire presentara una resistencia considerable al movimiento de los proyectiles y que hubiera una diferencia notable entre los disparos hechos en un medio carente de resistencia, y otro hecho en el aire con la misma velocidad que el primero, de ello no podría extraerse ninguna conclusión contraria a lo enseñado en la práctica de la artillería, pues antes de disparar sobre el objetivo siempre se hace un primer disparo con el cañón o con el mortero que se va a utilizar, con un ángulo de proyección conocido, y después se mide el alcance logrado con ese primer disparo para a continuación apuntar la pieza con la mayor exactitud posible, refiriendo todos los disparos posteriores a ese primer disparo de referencia. Según él, en la práctica artillera todos los proyectiles experimentan la misma resistencia del aire, pues conservan entre ellos aproximadamente una misma proporción en su forma, duración y extensión de su trayectoria en un medio que ofrece alguna resistencia y otro que no presentara ninguna.

²¹ BLONDEL; *opus cit.*, p. 392.

En el caso de disparos de balas y bombas se trata, dice, de proyecciones hechas a pequeñas alturas²² que no sufren la resistencia del aire. Esta sólo podría apreciarse en cuerpos que cayeran desde una altura extraordinaria y se mantuvieran en el aire durante mucho tiempo, pues así sería posible que en su larga caída la resistencia del aire les hiciera perder velocidad continuamente. No sucede así, según él, con los disparos ordinarios de artillería.

En cualquier caso, olvidando ahora todo lo que él mismo ha advertido repetidamente acerca de las múltiples circunstancias que impiden hacer dos disparos idénticos, Blondel sostiene que en artillería se puede afirmar verosímilmente que tanto bombas como balas son homogéneas entre sí, es decir, que se supone que son iguales, del mismo peso y que se mueven con una misma velocidad pues han sido disparadas por una misma pieza cargada con la misma cantidad de pólvora y a la que se ha dado fuego de la misma manera. Luego éstas conservarán en el aire las mismas proporciones para la diferencia de alcances dependiendo de las diferentes inclinaciones con que se hayan disparado con respecto a un medio sin ningún tipo de resistencia. Según esto, se pueden utilizar las tablas y reglas expuestas en otros capítulos sin mayor problema.

Por si aun quedara alguna duda, añade un último razonamiento en contra de los efectos de la resistencia del aire. Esta actuaría sobre un proyectil de dos formas distintas: 1) retrasando el movimiento uniformemente acelerado que el peso o gravedad ("pesanteur") le imprime siguiendo sucesivas perpendiculares, 2) retrasando el movimiento uniforme causado por la fuerza de impulsión externa. Consecuencia del primero de estos dos efectos es, según Blondel, un aumento en la extensión del alcance del proyectil, mientras que el segundo produce una disminución. Al producirse estos dos efectos simultáneamente ambos se destruyen mutuamente, y lo que por una parte se añade por otra se resta y todo queda como si no hubiera resistencia alguna.

4ª.- Dos movimientos de distinto tipo que entran en composición se alteran mutuamente

²² Cuando se habla de alcances pequeños, velocidades pequeñas o alturas pequeñas hay que pensar que se están refiriendo a bombas en vez de a balas, pero aun así se trata de apreciaciones muy relativas. Así como en estos párrafos se habla de experiencias de artillería ordinarias, como si conocieran otra manera de arrojar proyectiles que superara a la artillería, en otros lugares no dejarán pasar la ocasión de señalar las portentosas velocidades y alcances de esos mismos proyectiles.

Se trata aquí de una objeción de carácter general en la que se cuestiona la composición de movimientos, principio fundamental de la teoría parabólica. Según estos críticos, si un movimiento uniforme y otro acelerado entrasen en composición sin alterarse mutuamente (es decir, el uniforme conservando su uniformidad y el acelerado su proporción de aceleración) un cuerpo pesado recorrería el mismo espacio tanto si su caída se debe a un movimiento acelerado (una fuerza exterior impresa) como si se debe a su propio peso y, dicen, emplearía el mismo tiempo en llegar a tierra en ambos casos. Es decir, que una bala de cañón debería tardar lo mismo en caer por su peso desde la boca del cañón que en un disparo horizontal.

A Blondel, ahora, la experiencia no le merece gran crédito, tanto por lo que respecta a la exactitud de la dirección horizontal de la pieza, como al comportamiento de la bala, la cual no sigue exactamente la horizontal. La mayoría de los artilleros creen que apuntan con exactitud en horizontal cuando establecen una línea que va desde su vista a algún lugar observado enfrente y al mismo nivel de la pieza, pasando a lo largo del metal desde la culata a la boca de la pieza. Pero se equivocan, pues el ánima del cañón no es paralela a esa visual (la forma de un cañón no es la de un cilindro horizontal cuyo eje longitudinal es paralelo a cualquiera de las líneas que se tracen en su superficie exterior, sino que se asemeja a un cono truncado en posición horizontal, por tanto, el eje del ánima no es paralelo a la visual que el artillero sigue a lo largo de la superficie del cañón) sino que su nivel es superior al de ésta con lo que la bala pasa por encima de la horizontal.

Aun a pesar de emplear sencillos instrumentos para nivelar la línea de visión, la bala no llega nunca con su alcance ordinario al objetivo situado a nivel de la pieza, sino que lo impacta mucho más abajo. Esto se debe a que no camina en línea recta, sino que se aparta de esta dirección ascendiendo incluso dentro del ánima, antes de salir del cañón²³. O sea, que un proyectil disparado en horizontal no sigue nunca una recta

²³ La causa, se piensa, es que los granos de pólvora no permanecen todos dentro de la recámara, sino que por efecto de su propio peso, al apuntar horizontalmente la pieza, una parte de la carga de pólvora se derrama al inicio del ánima. Así pues la pólvora no se inflama toda simultáneamente, sino que lo hacen primero los granos que se encuentran más cerca de la culata y los últimos los que se encuentran en el ánima. La inflamación de éstos impulsa a la bala en sentido ascendente dentro del ánima aprovechando el viento de la bala y ésta roza el borde superior interno de la boca del cañón. Esto explica que en cañones que han sido muy utilizados se aprecie un canal labrado en el ánima por el movimiento ascendente de la bala, llegando en ocasiones a dañar la boca del cañón por dicho frotamiento. Aquí dejan de lado el razonamiento obvio de la curvatura de la trayectoria, por la que el proyectil siempre impactará en el blanco por debajo a lo previsto.

horizontal, ni siquiera dentro del cañón. Con esta explicación Blondel pretende invalidar esta cuarta objeción, pues si el proyectil no ha seguido nunca una recta horizontal no hay que extrañarse de que éste emplee más tiempo en su trayectoria curva de ascenso y descenso del que emplearía si en vez de haber sido disparado sencillamente se le hubiera dejado caer desde la boca de la pieza.

5.- Es posible que los espacios recorridos por un móvil en su caída no sean proporcionales a los cuadrados de los tiempos

La trayectoria de un proyectil es parabólica siempre y cuando sea cierto que el espacio recorrido verticalmente en el movimiento de caída esté en razón directamente proporcional al cuadrado del tiempo, pero si los espacios recorridos en el movimiento acelerado debido a la gravedad fueran entre sí como sus respectivos senos versos, o si siguiesen cualquier otra razón distinta a la postulada por la teoría parabólica, la forma de la trayectoria sería distinta. Puesto que no existe una demostración de esta hipótesis, aun cabe la duda.

Para Blondel, la definición de Galileo es la única que reúne todas las condiciones que debe reunir un principio de física: en ella no hay nada absurdo, es conforme a las leyes ordinarias de la naturaleza, sencilla, uniforme y cómoda, y todo lo que le sucede al movimiento acelerado de los cuerpos que caen puede ser fácilmente explicado por ella, sin que de ella pueda extraerse ninguna consecuencia imposible o impertinente. A las experiencias realizadas por Galileo, Blondel añade las que con posterioridad a él efectuaron Gassendi, Mersenne y otros. La exposición que de dichas experiencias hace Blondel es excesivamente prolija para los supuestos destinatarios de la obra pues, a diferencia de su anterior proceder, aquí no se trata de observaciones extraídas de la práctica artillera o de experiencias directamente relacionadas con ellas. Su carácter es mucho más general y su interés estrictamente balístico es más reducido.

6.- La experiencia contradice a la teoría parabólica.

Suponiendo que el alcance máximo de un mosquete sea de 360 toesas (equivalentes a 702 m), al ser disparado en horizontal alcanzará 100 toesas, cantidad que Blondel considera la cuarta parte de la primera. Pero esto se contradice con lo que se espera según las tablas galileanas, pues, según ellas, un proyectil disparado horizontalmente no tiene alcance

alguno. Si disparado con 45° alcanza las 360 toesas, para que alcanzara 100 tendría que ser disparado con 8 grados de elevación. Esto sería lo mismo que decir que cuando un soldado dispara su mosquete a la altura de su ojo en realidad está disparando con una elevación de 8 grados²⁴.

La respuesta a esta última objeción se remite a la dada a la cuarta. Según Blondel, esta objeción es una excepción, explicable por los efectos prodigiosos de la pólvora sobre las balas a las que imprime una velocidad sobrenatural. Ciertamente, siempre según Blondel, la trayectoria descrita por una bala de mosquete es demasiado recta, al menos en su comienzo, para ser una parábola, pero lo sería si la impulsión recibida por la bala no fuera tan violenta. Esto puede explicar que el alcance horizontal y aquéllos otros efectuados con poca elevación, sean mayores de lo que aparece registrado en las tablas. Pero puesto que no sucede en otra clase de disparos, muy especialmente en el disparo de bombas²⁵, no podemos quejarnos de estas "pequeñas excepciones", las cuales no cuestionan las prácticas de artillería conocidas como ordinarias.

Blondel ha ido recogiendo y mezclando todo tipo de observaciones a la teoría parabólica, las que se derivan de observaciones artilleras y las que cuestionan principios fundamentales de la dinámica galileana. Para su defensa utiliza experiencias realizadas tanto en hidráulica como con relojes de péndulo, buscando la confirmación de la teoría parabólica en todo tipo de campos, en una labor de integración de la balística dentro de las leyes generales de la mecánica. Sospecho que muchos de los lectores de Blondel, los artilleros o militares en general con una cierta formación matemática, sencillamente se saltarían todas estas páginas.

Tan sólo un año después de la publicación de *L'art de jeter les bombes* vió la luz en las *Acta Eruditorum* el primero de los dos trabajos fundacionales del análisis infinitesimal "versión continental", *Nova methodus pro maximis et minimis*, de Leibniz²⁶. El segundo, *De Geometria recondita*, lo

²⁴ En el caso de disparos con fusiles o carabinas en que el soldado está de pie el proyectil no parte, lógicamente, de ras del suelo sino de una altura, aproximadamente, de metro y medio. Este caso no se halla recogido en las tablas, basadas en que el origen es $y = 0$, y no $y = 1.5$ m.

²⁵ Por mucho que Blondel se esfuerce ni siquiera una bomba disparada con un mortero carece de alcance a 0° de elevación.

²⁶ G.G.L.(Gottfried Wilhelm Leibniz). "Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus, per ..." en *Acta Eruditorum*, Leipzig, Octubre de 1684, pp. 466-473.

publicó el mismo autor también en las *Acta Eruditorum* en 1686²⁷. Ahora es cuando, al hilo del desarrollo del análisis, se acomete la resolución del problema balístico. Será un proceso gradual, en el que se parte de la hipótesis más sencilla e intuitiva, según la cual la resistencia del aire al paso del proyectil es directamente proporcional a su velocidad (planteada ya por Huygens, quien resolvió que en este caso la trayectoria es una curva logarítmica), a otras más complejas, entre ellas la que sostiene que es directamente proporcional al cuadrado de dicha velocidad y que arranca del libro II de los *Principia* de Newton.

Parecería que desde el mismo momento de su publicación *L'art de jeter les bombes* tenía los días contados, y sin embargo siguió siendo una obra de referencia prácticamente hasta 1742, fecha en la que Benjamin Robins editó sus *New Principles of Gunnery* en donde se acotaba experimentalmente la validez de la teoría newtoniana de la resistencia del aire. Que era un libro manifiestamente mejorable lo declararon ya Varignon y Maupertuis, quienes partieron de él para re-exponer la teoría parabólica introduciendo el análisis. Su larga pervivencia se debe a su vez a la persistencia de discrepancias entre las predicciones matemáticas de la teoría newtoniana y los resultados de la práctica artillera.

Ciertamente, la teoría newtoniana se ajustaba mejor a la realidad, pero aun no se lograba la exactitud y el rigor tan anhelados. La enseñanza de la teoría cuadrática de la resistencia no desterró nunca a la de la teoría parabólica en el vacío. Es más, cuando por distintos motivos extra-académicos, tales como campañas bélicas, los establecimientos de enseñanza militar españoles se veían obligados a recortar sus planes de estudio lo primero en suprimirse era la parte del curso dedicada al cálculo diferencial e Integral, lo que repercutía inmediatamente en el estudio de la resistencia del aire²⁸. En cualquier caso, la teoría parabólica tomada ya no directamente de Galileo sino muy especialmente de Blondel, se mantenía contra viento y marea. Aun hoy son fácilmente reconocibles expresiones y fragmentos relativamente extensos de *L'art de jeter les bombes* en manuales de artillería y en cursos de matemáticas dictados en dichos establecimientos durante todo el siglo XVIII.

²⁷ G.G.L., "De geometria recondita et Anlysi indivisibilium atque inifnitorum. Addenda his quae dicta sunt in Actis a. 1684, Maji p. 233, Octob. p. 264, Decemb. p. 585.", *ibidem*, Junio de 1686, pp. 292-300.

²⁸ Me estoy refiriendo en concreto a la Academia de Artillería de Segovia que, a finales del XVIII y en los albores del siglo XIX, tuvo que rehacer en más de una ocasión su plan de estudios para hacer frente a las necesidades que el país tenía de oficiales de artillería en breves plazos de tiempo.

Galileo, Torricelli y Blondel defendieron la superioridad de la pureza geométrica por encima de una práctica artillera tosca y manifiestamente mejorable. Lo que separa a Galileo de Newton va más allá de despreciar o no la resistencia del aire. La distancia entre la capacidad resolutive de la geometría euclidiana y la del análisis infinitesimal marca la diferencia entre galileanos y newtonianos ante el problema balístico. Ahora bien, la defensa del planteamiento galileano en pleno siglo XVIII no es tanto una cuestión matemática como práctica, consecuencia de planteamientos balísticos cada vez más elaborados, pero cuyas ventajas son difícilmente traducibles a la práctica.