

Diseño económico de tuberías. Diámetro óptimo en impulsiones.

*Economic pipeline design.
Optimal diameter in drives.*

Josep Maria Franquet Bernis

Dr. Ingeniero Agrónomo, Eur-Ing. Dr. Ciencias Económicas y Empresariales. Diplomado en Investigación Operativa. Ex Profesor-Tutor UNED.

jfbernis@iies.es.

RESUMEN

Para un caudal determinado y fijo a elevar, cuanto mayor sea el diámetro de la tubería de impulsión tanto menor será la potencia que se invierta en vencer las pérdidas por fricción, aunque mayor es el coste de la conducción. Por el contrario, un diámetro pequeño abaratará el coste inicial de la instalación, pero elevará los gastos de bombeo. El diámetro más económico de la conducción, en definitiva, será aquel que haga que el costo combinado anual de la tubería y el del bombeo sea mínimo. En el dimensionamiento de las tuberías de impulsión se ha venido recurriendo a diversas formulaciones como las de Bresse, Weyrauch, Mendiluce, Forchheimer, Vibert-Koch, Melzer o Agüera, entre otras (Mougnie, Prevedello, Allasia, ...). El autor de este artículo basa su propuesta en sus propias formulaciones de dimensionado exclusivamente hidráulico, ya publicadas en el año 2005, para tuberías en servicio de diferentes materiales constitutivos, con seis categorías de rugosidad y cinco intermedias. En el presente artículo se presentan formulaciones inéditas para el dimensionado económico óptimo de dichas tuberías, adaptadas convenientemente a cada categoría de rugosidad.

Palabras clave: tubería; fórmula; diámetro; bombeo; coste; impulsión; rendimiento; precio; amortización.

RESUM

Per a un cabal determinat i fix a elevar, com més gran sigui el diàmetre de la canonada d'impulsió, menor serà la potència que s'inverteixi a vencer les pèrdues per fricció, encara que més gran és el cost inicial de la conducció. Per contra, un diàmetre petit abaratarà el cost inicial de la instal·lació però elevarà les despeses de bombament. El diàmetre més econòmic de la conducció, en definitiva, serà aquell que faci que el cost combinat anual de la canonada i el del bombament sigui mínim. En el dimensionament de les canonades d'impulsió s'han recorregut diverses formulacions com ara les de Bresse, Weyrauch, Mendiluce, Forchheimer, Vibert-Koch, Melzer o Agüera, entre d'altres (Mougnie, Prevedello, Allasia, ...). L'autor d'aquest article basa la seva proposta en les seves formulacions de dimensionament exclusivament hidràulic, ja publicades l'any 2005, per a canonades en servei de diferents materials constitutius, amb sis categories de rugositat i cinc intermèdies. En aquest article es presenten formulacions inèdites per al dimensionament econòmic òptim de les canonades adaptades, doncs, a cada categoria de rugositat.

Paraules clau: canonada; fórmula; diàmetre; bombament; cost; impulsió; rendiment; preu; amortització.

ABSTRACT / SUMMARY

For a flow fixed to raise, the greater the diameter of the pipeline the lower will be the power that is invested in overcoming the losses by friction, but higher is the cost of driving. On the other hand, a small diameter will lower the initial cost of installation but will raise the cost of pumping. In short, the most economic diameter of driving will be the one that will make the combined annual cost of tubing and pumping minimum. Concerning the sizing of the discharge pipes, it has been turning to different formulations such as Bresse, Weyrauch, Mendiluce, Forchheimer, Vibert-Koch, Melzer or Agüera, among others (Mougnie, Prevedello, Allasia,...). The author of this article is based on the proposal in its own formulations of exclusively dimensioned hydraulic, already published in 2005, for pipelines in service of different constituent materials, with six roughness categories. This article presents new formulations for the optimum economic dimensioning of such pipes, adapted to each category of roughness.

Key words: pipeline; formula; diameter; pumping; cost; drive; performance; price; depreciation.

INTRODUCCIÓN

Para realizar el cálculo de una tubería cualquiera se precisa conocer una serie de datos como: caudal a transportar, velocidad de transporte, material de la tubería, desnivel geométrico y piezométrico entre el punto inicial y final, pérdida de carga, perfil de la conducción, etc. Con ello, determinaremos el diámetro comercial más económico, el espesor de la pared, la presión nominal (timbraje) y las piezas y dispositivos especiales que sean necesarios para el buen funcionamiento de la instalación.

Cuando se tiene que impulsar un caudal de agua a un desnivel dado (Figura 1), la altura total o manométrica que debe generar la bomba es igual a la altura geométrica a vencer más las pérdidas de carga existentes y la altura cinética, o sea: $H_m = H_g + h_r + V^2/2g$.

El primer sumando (H_g) depende exclusivamente de las cotas del terreno (desnivel taquimétrico existente entre la bomba y el depósito, incluyendo las tuberías de aspiración e impulsión del grupo de bombeo) y de la presión residual o mínima necesaria al final del trayecto, por lo que se trata de una energía que es independiente del diámetro de la tubería, así: $H_g = \Delta Z + \frac{P_B}{\gamma}$.

Sin embargo, para un caudal dado, el segundo sumando (h_r) depende exclusivamente del diámetro adoptado, de manera que como las pérdidas de carga, tanto en la tubería de aspiración como en la de impulsión, disminuyen considerablemente al aumentar el diámetro, se precisaría menos energía para transportar el agua. Por el contrario, un aumento del diámetro da lugar a un mayor coste de la instalación.

En toda instalación existe una solución que hace mínima la suma del coste de la energía necesaria para vencer las pérdidas (calculadas para un año medio) más la correspondiente anualidad de amortización de la tubería.

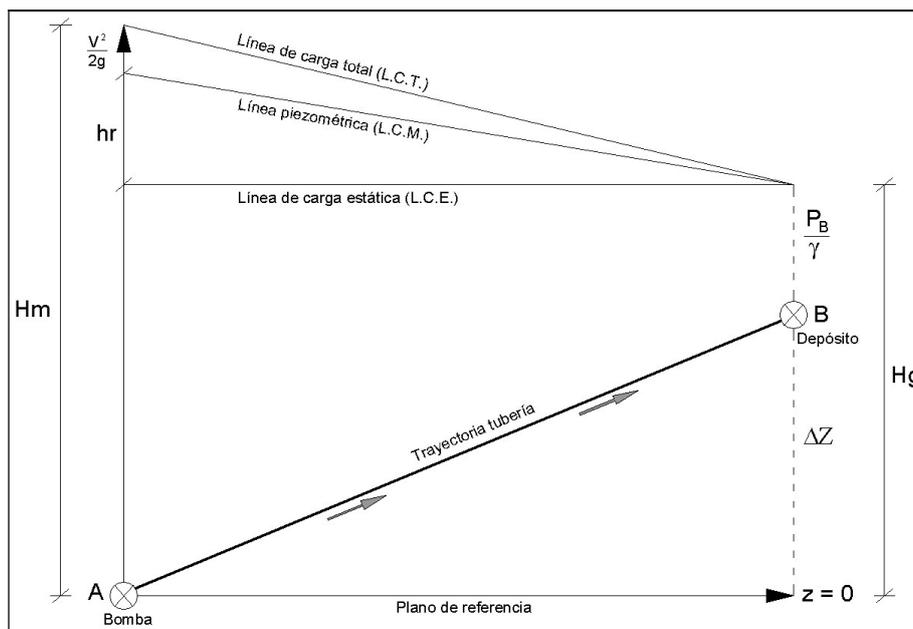


Figura 1 | Líneas de energía en un sistema de impulsión.

El propósito del presente trabajo estriba en la elaboración de formulaciones prácticas que permitan al ingeniero proyectista la obtención del diámetro óptimo de las tuberías de impulsión teniendo en cuenta los factores económicos e hidráulicos concurrentes.

FÓRMULAS EXISTENTES PARA EL DIMENSIONADO ECONÓMICO DE LAS IMPULSIONES

Las formulaciones más corrientes que se vienen utilizando en los manuales al uso para este tipo de dimensionado son las siguientes:

- Fórmula de Bresse (criterio minimalista)

Es la primera fórmula que aparece en la bibliografía hidráulica sobre el dimensionado económico de tuberías (Bresse, 1860). Se trata de un criterio muy elemental y excesivamente conservador, ya que

corresponde a una velocidad constante de 0.57 m/s, que resulta ser una velocidad ampliamente superada hoy en día. Viene dado por la expresión:

$$D = 1.50\sqrt{Q} \quad (1)$$

- Fórmula de Weyrauch (criterio conservador)

En este caso, la expresión de Weyrauch (1915), que continúa el *modus operandi* de la fórmula anterior, es:

$$D = 1.04\sqrt{Q} \quad (2)$$

lo que ofrece una velocidad de 1.18 m/s.

- Fórmula ponderada

En el mismo orden de ideas, en este caso, se tiene que: $D = 0.92\sqrt{Q}$, lo que ofrece una velocidad constante de: $V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4}{\pi 0.8464} = 1.50 \text{ m/s}$, o bien se exige que se cumpla: $D \geq \sqrt{0.236Q}$, viniendo entonces D expresado en mm y Q en litros/hora. Una variante de esta fórmula es la de Dacach (1979), ampliamente utilizada en USA, en la que:

$$D = 0.9Q^{0.45} \quad (3)$$

y entonces la velocidad varía en función del caudal, puesto que:

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4Q}{\pi 0.81Q^{0.9}} = 1.5719Q^{0.1} \quad (4)$$

- Fórmula de Mendiluce (1966)

En ella ya se introducen factores de coste y de rendimiento de la instalación. A saber:

$$V_{\text{opt.}} = 0.348 \left(\frac{ca \eta_g}{Kpn} \right)^{1/3}, \text{ de donde se deduce que:}$$

$$D = 1.913 \left(\frac{Kpn}{ca\eta_g} \right)^{0.167} \sqrt{Q} \quad (5)$$

siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} c = \text{coste de la tubería instalada por metro de diámetro y por metro de longitud (€/m}\cdot\text{m)}. \\ \eta_g = \text{rendimiento global del grupo motor – bomba} = \eta_m \eta_b . \\ K = \text{coeficiente de pérdida de carga en la tubería, aplicando la formulación de Darcy y Bazin (1865)}. \\ p = \text{precio del kWh}. \\ n = \text{número de horas de funcionamiento anual}. \\ a = \text{factor o tipo de amortización}. \end{array} \right.$$

Esta fórmula evidencia la necesidad de utilizar velocidades moderadas cuando los valores de las variables c y n sean altos. La aproximación que ofrece resulta suficiente en la práctica, por cuanto que en la gran mayoría de los casos que se presenten no será posible dimensionar exactamente la tubería con el valor hallado, debiendo adoptarse los diámetros comerciales más próximos al teóricamente necesario.

De entre los seis factores que intervienen en la determinación de la velocidad más rentable algunos de ellos varían generalmente poco (amortización, rendimiento del grupo y costo de la energía), mientras que otros pueden sufrir fluctuaciones considerables (costo de la tubería instalada, coeficiente de las pérdidas de carga y número anual de horas trabajadas).

- Fórmula de Forchheimer (1914-1916)

Una simplificación de la metodología aplicada por este autor conduce a que:

$$V_{\text{opt.}} = \frac{0.5 \text{ a } 0.6}{\sqrt{A}}, \text{ siendo: } A = \frac{n}{24 \cdot 365} = \frac{n}{8760}, \text{ siendo } n \text{ el nº de horas de funcionamiento anual,}$$

de donde se deduce un valor promedio para la velocidad de: $V_{opt.} = \frac{52}{\sqrt{n}}$, que nos determina el diámetro de la tubería a instalar a partir de la expresión:

$$D = 0.156 Q^{0.5} n^{0.25} \quad (6)$$

- Fórmula de Vibert-Koch (1948) en Agüera (1998)

También aquí, como en la fórmula de Mendiluce (5), se introducen factores de coste. En una primera aproximación, el diámetro interior económicamente óptimo, en metros, se obtiene según la expresión:

$$D = 1.456 \left(\frac{ne}{c} \right)^{0.154} Q^{0.46} \quad (7)$$

siendo:

$$\begin{cases} c = \text{coste de la tubería instalada (€/kg).} \\ e = \text{precio del kWh.} \\ n = \text{número de horas de funcionamiento diario dividido por 24.} \end{cases}$$

El coeficiente anterior 1.456 tiene en cuenta una tasa de amortización del 8% durante un periodo de 50 años ($a = 0.08174$), por lo que deberá ser alterado en base a los datos a utilizar. De cualquier modo, estos tratadistas, por lo que se refiere a dicho coeficiente, hicieron la siguiente distinción en función del grado de utilización de la tubería: 1.547 (en servicio continuo) o bien 1.35 (en caso de bombeo nocturno de 10 horas diarias, horas-valle).

En un caso más general, el diámetro óptimo vendrá dado por:

$$D = 1.71 \left(\frac{Kpn}{ca\eta_g} \right)^{0.154} Q^{0.46} \quad (8)$$

- Fórmula de Melzer (1964) en Agüera (1998)

De modo similar a las formulaciones anteriores, y particularmente a la de Vibert-Koch (8) de la que sólo se cambian el coeficiente y los exponentes, ésta se expresa así:

$$D = 1.579 \left(\frac{Kpn}{ca\eta_g} \right)^{0.143} Q^{0.43} \quad (9)$$

- Fórmula de Agüera

También resulta similar a las formulaciones anteriores. Puede verse en Agüera (1998) la expresión siguiente, que tiene en cuenta factores de coste, rendimiento y amortización:

$$D = 1.165 \left[\frac{f}{\eta_g} \left(0.5 + \frac{pn}{ca} \right) \right]^{0.154} Q^{0.462} \quad (10)$$

Al respecto de su aplicación, debe tenerse en cuenta el siguiente valor del coeficiente de fricción deducible de la expresión general o universal de las pérdidas unitarias de carga debida a Darcy-Weisbach (Weisbach, 1843):

$$J = K \frac{Q^2}{D^5} = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{f16Q^2}{D\pi^2 D^4 2g} = f0.0826 \frac{Q^2}{D^5} \quad (11)$$

de donde: $f = K/0.0826$.

En definitiva, en la Figura 1 y Figura 2 del anejo se expresan las diferencias existentes entre los coeficientes exponenciales α que afectan a las tres formulaciones expuestas de Mendiluce, Vibert y Melzer (Agüera, 1998) en relación al caudal Q y al término: $S = \left(\frac{Kpn}{ca\eta_g} \right)$. Existen más fórmulas

propuestas por distintos autores, como la clásica de Mougny (1914), Prevedello (2000) o Allasia (2000), que tratan también de determinar el diámetro óptimo para una conducción forzada.

CÁLCULO BASADO EN LA EVALUACIÓN REAL DE LOS COSTES

Para un caudal fijo a elevar Q , cuanto mayor sea el diámetro de la tubería tanto menor será la potencia que se invierte en vencer las pérdidas por fricción, aunque mayor es el coste de la conducción. Por el contrario, un diámetro pequeño abaratará el coste inicial de la instalación pero elevará los gastos de bombeo al incrementarse las pérdidas de carga. El diámetro más económico de la conducción, en definitiva, será aquel que haga que el costo combinado anual de la tubería y el del bombeo sea mínimo.

De este modo, el diámetro más económico es aquél cuya suma de los gastos anuales debidos a la energía consumida más el valor de la anualidad por la inversión efectuada, es mínima (Figura 2). Por tanto, la ecuación a cumplir, cuya conocida representación gráfica puede verse seguidamente, es:

$$G_{\text{total}} = G_{\text{amortización}} + G_{\text{energía}} = \text{Mínimo, o sea: } \frac{dG_{\text{total}}}{dD} = 0; \quad \frac{d^2G_{\text{total}}}{dD^2} > 0.$$

Estos cálculos requieren normalmente de programas informáticos por el gran volumen de datos a tener en cuenta y lo tedioso y reiterativo de su ejecución, previa la determinación analítica de las correspondientes ecuaciones de coste.

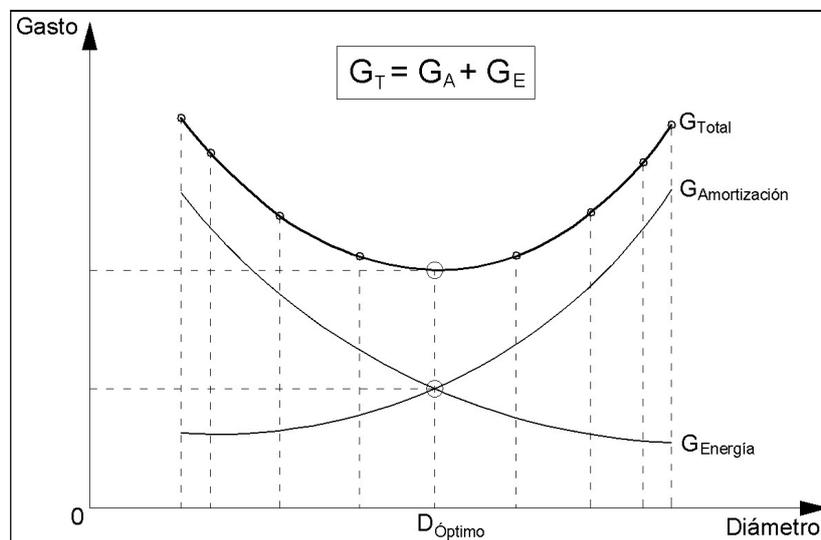


Figura 2 | Gráfica diámetro-coste.

METODOLOGÍA

Cuando se dimensionan las conducciones hidráulicas forzadas resulta que, las diferencias de cálculo obtenidas utilizando las fórmulas clásicas de uso más común, plantean serias dudas para la resolución de los casos ordinarios que se presentan en la práctica ingenieril. Posiblemente, la revisión de estas fórmulas perdiera interés hace tiempo al tratarse, aparentemente, de un problema resuelto. Desde luego, no se pretende poner, en el presente artículo, en tela de juicio la validez de aquellas formulaciones, que están universalmente reconocidas, aunque sí juzgamos necesario elaborar unas formulaciones propias que subsumieran estadísticamente los factores más relevantes de las anteriores (Franquet, 2005).

Llegados a este punto, veamos que idénticas formulaciones a las propuestas por este autor en su estudio para el caso de las conducciones libres (Franquet, 2003) se pueden aplicar, con las correcciones correspondientes, en el cálculo y diseño de las conducciones forzadas o a presión. Para ello, se ha partido de las fórmulas correspondientes a las 6 primeras categorías de rugosidad, y que se expresan en la Tabla 1, en función del material del tubo y para conducciones usadas o en servicio.

Dichas fórmulas, que tienen la ventaja de poder aplicarse con independencia del régimen hidráulico y el número de Reynolds (Re) que caracteriza al flujo, adoptarán la siguiente configuración general: $V = K_0 \cdot R^\beta \cdot J^{0.5}$, en la que se da la velocidad (m/s) en función del radio hidráulico (m), de la pérdida de carga unitaria (m/ml) y de coeficientes según las diversas categorías de rugosidad.

Tabla 1 | Categorías de rugosidad correspondientes a los diferentes materiales.

Grado de rugosidad (k)	Material	K ₀	β
1	Plásticos, vidrio, latón	86.85	0.62150
2	Fibrocemento, aluminio	78.29	0.63455
3	Acero, otros metales	70.02	0.64760
4	Fundición	63.92	0.65560
5	Hormigón	56.24	0.66540
6	Cerámica	49.51	0.67725

Fuente: elaboración propia.

La representación gráfica de los diferentes valores obtenidos del coeficiente K de la expresión general o universal de Darcy-Weisbach, en relación a las 6 categorías de rugosidad dimanantes de nuestra propuesta, puede verse en la siguiente Figura 3.

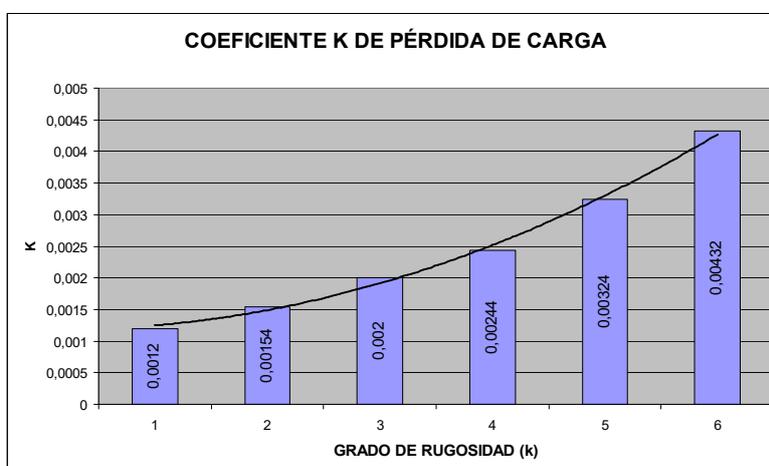


Figura 3 | Coeficiente K de pérdida de carga.

En base a las fórmulas propuestas por este autor (Franquet, 2005) para las tuberías en servicio, y según las diferentes categorías de rugosidad, $\forall k \in (1, 6)$, se tendrían, correlativamente, las expresiones que figuran en la Tabla 2 para el dimensionado hidráulico de las tuberías en servicio, en las que también se ha despejado la pérdida unitaria de carga (m/m), el caudal (m³/s) y la velocidad (m/s) y se han incluido las fórmulas intermedias obtenidas por interpolación lineal:

Tabla 2 | Expresiones propuestas de la velocidad, caudal y pérdida unitaria de carga para tuberías en servicio.

Rugosidad (k)	V (m/s)	Q (m ³ /s)	J (m/m)
1.0	36.69 $D^{0.6215} J^{0.5}$	28.82 $D^{2.6215} J^{0.5}$	0.000743 $V^2 D^{-1.243}$
1.5	34.59 $D^{0.62802} J^{0.5}$	27.16 $D^{2.62802} J^{0.5}$	0.000845 $V^2 D^{-1.256}$
2.0	32.48 $D^{0.63455} J^{0.5}$	25.51 $D^{2.63455} J^{0.5}$	0.000948 $V^2 D^{-1.2691}$
2.5	30.51 $D^{0.6411} J^{0.5}$	23.96 $D^{2.6411} J^{0.5}$	0.001088 $V^2 D^{-1.2821}$
3.0	28.53 $D^{0.6476} J^{0.5}$	22.41 $D^{2.6476} J^{0.5}$	0.001229 $V^2 D^{-1.2952}$
3.5	27.14 $D^{0.6516} J^{0.5}$	21.32 $D^{2.6516} J^{0.5}$	0.001368 $V^2 D^{-1.3032}$
4.0	25.76 $D^{0.6556} J^{0.5}$	20.23 $D^{2.6556} J^{0.5}$	0.001507 $V^2 D^{-1.3112}$
4.5	24.06 $D^{0.6605} J^{0.5}$	18.89 $D^{2.6605} J^{0.5}$	0.001753 $V^2 D^{-1.321}$
5.0	22.36 $D^{0.6654} J^{0.5}$	17.56 $D^{2.6654} J^{0.5}$	0.002 $V^2 D^{-1.3308}$
5.5	20.86 $D^{0.6713} J^{0.5}$	16.38 $D^{2.6713} J^{0.5}$	0.002334 $V^2 D^{-1.3426}$
6.0	19.36 $D^{0.67725} J^{0.5}$	15.21 $D^{2.67725} J^{0.5}$	0.002668 $V^2 D^{-1.3545}$

Fuente: elaboración propia.

Obsérvese que la fórmula que ofrece la velocidad se ha puesto en función de diámetro interior de la tubería D en vez del radio hidráulico R que figura en la expresión general, por resultar más práctico. A continuación, dichas fórmulas se combinan con el pertinente análisis coste/beneficio con el objetivo de estimar el diámetro óptimo económico de la conducción. Veamos, en este sentido, que el peso de la unidad de longitud de una tubería de diámetro D y espesor e será:

$$P = \gamma_m S = \gamma_m \pi (D + e) e \quad (12)$$

puesto que, efectivamente, la sección de la corona circular del tubo es:

$$S = \frac{\pi(D + 2e)^2}{4} - \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(D^2 + 4e^2 + 4De)}{4} - \frac{\pi D^2}{4} = \pi e^2 + \pi De = \pi(D + e)e \quad (13)$$

siendo γ_m el peso específico del material constitutivo de la tubería.

En la práctica, para diámetros no muy grandes, el factor $\frac{(D + e)e}{D}$ resulta aproximadamente constante, luego multiplicando y dividiendo por D se obtendrá la expresión:

$$P = \gamma_m \pi \frac{(D + e)e}{D} D \quad (14)$$

la cual multiplicada, a su vez, por el precio de la unidad de peso del material, ofrece un coste por metro lineal de tubería de: $C = \lambda D$, donde λ es independiente del diámetro. De este modo, los gastos anuales de amortización de la tubería serán: $G_a = L\lambda D a$, siendo L (m.) la longitud de la tubería y a el tipo de amortización dado por la expresión:

$$a = \frac{r(1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} \quad (15)$$

siendo $t = n^\circ$ de años y $r =$ tipo de interés.

Por otra parte, los gastos anuales de energía eléctrica consumida en el bombeo son:

$$G_e = \frac{1000 Q H}{\eta_g} 0.00981 n c = \frac{9.81 Q H n c}{\eta_g} \quad (16)$$

siendo c el costo del kWh en € y n el número de horas anuales de funcionamiento del grupo en cuestión. Con ello, los gastos totales anuales serán:

$$G = G_e + G_a = \frac{9.81}{\eta_g} (HQnc) + L\lambda Da \quad (17)$$

viniendo la altura manométrica total H dada, como es sabido, por la expresión:

$$H = H_g + K Q^2 D^{-5.243} L + V^2/2g \quad (18)$$

para una categoría de rugosidad $k = 1$, en que el término de la altura cinética $V^2/2g$ puede despreciarse, generalmente, por su escasa cuantía.

RESULTADOS

Con el fin de obtener el diámetro óptimo de la conducción se ha seguido la metodología clásica de minimización de costes, al igual que sucede con las formulaciones de Mendiluce, Vibert-Koch, Melzer y Agüera. Si ahora minimizamos la función (17) habiendo sustituido en ella previamente el valor dado por la expresión (18), por la condición necesaria o de primer grado resultará, respectivamente, para la primera categoría de rugosidad ($k = 1$):

$$\frac{dG}{dD} = -5.243 \frac{9.81}{\eta_g} \cdot LKQ^3 ncD^{-6.243} + L\lambda a = 0 \quad (19)$$

de donde se deduce que:

$$\lambda a \eta_g = 5.243 \cdot 9.81 KcnQ^3 D^{-6.243} \quad (20)$$

y haciendo en la expresión anterior:

$$Q = \frac{\pi D^2 V}{4} \quad (21)$$

resultará que:

$$\lambda a \eta_g = 5.243 \cdot 9.81 Kcn \frac{\pi^3 D^6}{64} V^3 D^{-6.243} = 24.92 Kcn V^3 D^{-0.243} \quad (22)$$

de donde, para $K = 0.0012$, correspondiente a $k = 1$, se tendrá que:

$$V = 3.22 \sqrt[3]{\frac{\lambda a \eta_g D^{0.243}}{cn}} \quad (23)$$

y el diámetro óptimo será: $D^{6.243} = \frac{5.243 \cdot 9.81 \cdot 0.0012 cn Q^3}{\lambda a \eta_g}$; o sea:

$$D = \left(\frac{0.0617 cn Q^3}{\lambda a \eta_g} \right)^{0.1602} \quad (24)$$

que constituye la formulación propuesta para la determinación del diámetro óptimo cuando $k = 1$.

En cualquier caso, la condición suficiente o de segundo grado de extremo relativo exige, volviendo a derivar en (19), que:

$$\frac{d^2G}{dD^2} = \frac{321.1}{\eta_g} LKQ^3 ncD^{-7.243} > 0 \quad (25)$$

luego efectivamente se trata de un mínimo.

En las formulaciones que siguen para la determinación del diámetro económico óptimo para cada categoría, se ha partido de las formulaciones originales de este autor que pueden verse en la Tabla 2, teniendo en cuenta los siguientes significados:

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \text{pérdida unitaria de carga (m/ml).} \\ Q = \text{caudal en m}^3/\text{s.} \\ D = \text{diámetro interior de la tubería en m.} \\ c = \text{coste de la energía eléctrica, en €/kWh.} \\ n = n^\circ \text{ de horas de funcionamiento anual del grupo.} \\ \lambda = \text{coste de la tubería instalada por metro de diámetro y por metro de} \\ \quad \text{longitud (€/m}\cdot\text{m).} \\ a = \text{tipo de amortización.} \\ \eta_g = \text{rendimiento global del grupo de bombeo} = \eta_m \eta_b \end{array} \right.$$

Se opera del mismo modo que en el caso anterior para las cinco restantes categorías de rugosidad. La Tabla 3 es un resumen de los resultados obtenidos para cada grado de rugosidad (k) y puede verse a continuación, en la que también se ha incluido el valor correspondiente del conocido coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach, esto es: $f = K/0.0826$.

Tabla 3 | Diámetros óptimos según las categorías de rugosidad.

k	K	f	J (m/m)	D (m)	D _{opt}
1	0.0012	0.0145	0.0012 Q ² D ^{-5.243}	$\left(\frac{0.0617cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.1602}$	0.640T ^{0.1602}
2	0.00154	0.0186	0.00154 Q ² D ^{-5.2691}	$\left(\frac{0.0796cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.1595}$	0.668T ^{0.1595}
3	0.002	0.0242	0.002 Q ² D ^{-5.2952}	$\left(\frac{0.1039cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.1589}$	0.698T ^{0.1589}
4	0.00244	0.0295	0.00244 Q ² D ^{-5.3112}	$\left(\frac{0.1271cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.1584}$	0.721T ^{0.1584}
5	0.00324	0.0392	0.00324 Q ² D ^{-5.3308}	$\left(\frac{0.1694cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.158}$	0.755T ^{0.158}
6	0.00432	0.0523	0.00432 Q ² D ^{-5.3545}	$\left(\frac{0.2269cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right)^{0.1574}$	0.792T ^{0.1574}

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 3 anterior, a efectos simplificativos, se ha considerado el término que se repite en todas las formulaciones:

$$T = \left(\frac{cnQ^3}{\lambda a \eta_g}\right) \quad (26)$$

por lo que, para cada categoría de rugosidad, aparecen en la última columna de la misma (D_{opt}) las correspondientes expresiones reducidas del diámetro óptimo económico de la tubería de impulsión en función de dicho término.

En el anejo de material complementario se ofrecen las 6 representaciones gráficas hasta un valor T = 1000, donde se observa el aumento necesario del diámetro con el incremento de T influido por el del caudal y los restantes factores de coste, para una misma categoría de rugosidad. Se ha prescindido de su presentación unificada en ejes logarítmicos con la finalidad de aumentar la precisión de su utilización práctica.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

El depósito central prismático de distribución del agua de una determinada Comunidad de Regantes, de dimensiones interiores en planta: 50.00 × 40.00 m, se llena una vez por semana en el período de riegos (marzo-octubre), los domingos, aprovechando las horas-valle (8 h) y las horas-llano (8 h), con el agua procedente de dos pozos de 300000 y 200000 litros/hora y longitudes de las tuberías de impulsión de PVC de 158 y 210 m, respectivamente (la existencia de dos grupos elevadores permitirá analizar la sensibilidad de la formulación propuesta y su comparación con las restantes).

En el caso del pozo y grupo elevador 1, para una presión de trabajo de 6 bar, con Q = 300000 l/h = 0.083 m³/s y c = λ = 250 €/m·m, se han aplicado las diferentes formulaciones empleadas, tanto las que tienen en cuenta factores de coste y rendimiento económico (Mendiluce, Vibert-Koch, Melzer, Agüera, Franquet) como las que no (Bresse, Weyrauch, Dacach, Forchheimer). Por lo que se refiere al grupo elevador 2, para una presión de trabajo de 4 bar, únicamente variarán los siguientes parámetros: Q = 200000 l/h = 0.056 m³/s, y c = λ = 200 €/m·m.

Todos los cálculos correspondientes se han dispuesto en el material complementario y los resultados obtenidos pueden verse en la Tabla 4.

Veamos que el término T, cuya expresión puede verse en (26), alcanza el valor:

$$T = \frac{1.560 \cdot 0.056^3}{200 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \cong 0.011 \quad (27)$$

que, para esta categoría de rugosidad, puede comprobarse gráficamente (ver Figura 4 del anejo) que supone también un $D_{opt} = 0.31$ m. De aquí se deduce la importancia o influencia del grado de rugosidad de la tubería en la fijación del diámetro óptimo de la conducción en estudio, puesto que con $k = 6$, en la misma gráfica, puede apreciarse que sería necesaria la previsión de un $D_{opt} = 0.39$ m para asegurar las exigencias de circulación del fluido, substancialmente mayor (y, en su consecuencia, más caro) que el calculado.

En definitiva, el conjunto de las 9 determinaciones efectuadas nos conduce a la elaboración de la siguiente Tabla 4 comparativa de los diámetros económicos óptimos teóricos y las velocidades efectivas resultantes de circulación del agua, así como las tuberías comerciales proyectadas, incluyendo las formulaciones clásicas que no tienen en cuenta los diversos parámetros económicos incidentes. Así:

Tabla 4 | Comparativa del cálculo de diámetros óptimos teóricos, diámetros comerciales normalizados y velocidades efectivas de circulación del agua.

FORMULACIÓN	GRUPO 1		GRUPO 2	
	D _{opt.} (mm)	V (m/s)	D _{opt.} (mm)	V (m/s)
Bresse	432 (PVC 500)	0.47	355 (PVC 400)	0.48
Weyrauch	300 (PVC 315)	1.18	246 (PVC 250)	1.24
Dacach-ponderada	294-265 (PVC 315)	1.18	273-218 (PVC 250)	1.24
Forchheimer	219 (PVC 250)	1.87	180 (PVC 200)	1.93
Mendiluce	344 (PVC 400)	0.75	293 (PVC 315)	0.78
Vibert-Koch	352 (PVC 400)	0.75	304 (PVC 315)	0.78
Melzer	362 (PVC 400)	0.75	315 (PVC 355)	0.78
Agüera	353 (PVC 400)	0.75	304 (PVC 315)	0.78
Franquet	362 (PVC 400)	0.75	310 (PVC 315)	0.78

Fuente: elaboración propia.

Obsérvese, así mismo, que salvando la primigenia propuesta de Bress, la determinación del diámetro óptimo económico por la aplicación de las metodologías reseñadas induce, al menos en el ejemplo propuesto, a la exigencia de mayores diámetros que el que se deduce simplemente de la aplicación de las formulaciones rápidas, como las de Weyrauch, Dacach o Forchheimer, que carecen de una más estricta parametrización económica.

Se ha llevado a efecto, así mismo, un análisis de sensibilidad de las fórmulas propuestas considerando otro tipo de impulsiones (con tuberías de distintos diámetros y materiales) y los resultados obtenidos son similares a los expuestos en el ejemplo anterior por lo que se refiere a su comparación con las restantes formulaciones de dimensionado económico al uso.

Por otra parte, según Pérez (2004), la forma más sencilla de normalización del diámetro es sustituir el diámetro teórico por el diámetro normalizado más cercano en tamaño, bien sea el inmediato superior (supra-normalización) o el inmediato inferior (infra-normalización). La supra-normalización genera una pérdida de carga inferior y la infra-normalización una superior, ambas con respecto al diámetro teórico. Lo más conveniente será sustituir el diámetro teórico por dos tramos de diámetros normalizados diferentes, cuya suma de pérdidas de carga sea equivalente a la obtenida por el diámetro teórico bajo las mismas condiciones (López, 2012). Según Fujiwara y Dey (1987) puede comprobarse que con la estructura convencional de precios de las tuberías, la combinación más económica está formada por dos diámetros normalizados adyacentes D_1 y D_2 entre cuyos valores esté comprendido el diámetro teórico.

CONCLUSIONES

Existen diversas formulaciones para el dimensionamiento económico óptimo de las tuberías de impulsión en las instalaciones de bombeo, cuya descripción se lleva a cabo. Dichas formulaciones proporcionan resultados iniciales aceptables y pueden usarse indistintamente, ya que la incertidumbre en los datos supera la discrepancia entre los diámetros obtenidos. Sin embargo, en los cálculos realizados con estas expresiones no se toman en cuenta las presiones a las que serán sometidas las tuberías.

En el presente artículo su autor, basándose en sus propias formulaciones generales ya publicadas y contrastadas para el dimensionamiento hidráulico de tuberías en servicio de diferentes materiales

constitutivos, presenta aquí una propuesta aplicable específica de nuevas formulaciones basada en la evaluación real de los costes, con la particularidad de adaptarlas, a cada caso, según seis diferentes categorías de rugosidad de las paredes. Se acompañan, en el anexo de material complementario, seis representaciones gráficas para facilitar visualmente la determinación de los diámetros económicos óptimos en función de los diversos factores concurrentes.

De cualquier modo, la bondad de las formulaciones que aquí se proponen queda demostrada a la vista de las restantes formulaciones expuestas, puesto que ofrecen resultados intermedios o compatibles con las demás usualmente empleadas que tienen en cuenta factores de coste, lo que se pone de manifiesto mediante la resolución de un ejemplo de aplicación que es sólo muestra del análisis más amplio de sensibilidad realizado con tuberías de distintos materiales.

Los diámetros obtenidos con las ecuaciones mencionadas son diámetros teóricos que deben normalizarse a diámetros comerciales. Por tanto, hay dos niveles en la formulación de diámetros, uno de diámetros teóricos continuos y el otro de diámetros comercialmente disponibles, a los que se debe en lo posible adaptar las soluciones definitivas. Esto indica la necesidad de disponer de un mecanismo que permita normalizar los diámetros teóricos.

Teniendo en cuenta que la expresión del gasto económico total constituye, de hecho, una función multivariante del tipo: $G = f(\eta_g, Q, D, a, n, c, \lambda)$, podría minimizarse considerando como variables independientes o explicativas alguna/s otras a parte del diámetro D . Así mismo, convendría seguir profundizando en el modelo matemático de obtención de formulaciones prácticas que ofrecieran el diámetro óptimo basándose en las técnicas de programación matemática de minimización condicionada de la función del gasto, considerando tanto restricciones de igualdad (técnicas de los multiplicadores de Lagrange o de los determinantes jacobianos) o de desigualdad (técnica de Karush-Kuhn-Tucker) si se pretendiera, por ejemplo, que algunos valores de las variables antedichas o sus combinaciones lineales o no lineales no excedieran (o rebasaran) ciertos límites.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agüera, J. 1998. *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*. Ed. Ciencia 3, S.L.
- Allasia, D.G. 2000. *Estimación del diámetro económico de la tubería de un sistema de bombeo*. Instituto de pesquisas hidráulicas. UFRGS Brasil. Departamento de Hidráulica – Facultad de Ingeniería (UNNE).
- Bresse, C. 1860. *Cours de mécanique appliquée*. París.
- Dacach, N. G. 1979. *Sistemas Urbanos de Água*, LTC Editora S.A., 2ª Edição, Rio de Janeiro.
- Darcy, H. y Bazin, H. 1865. *Recherches hydrauliques entreprises par M. Henry Darcy continuées par M. Henri Bazin. Deuxième partie. Recherches expérimentales relatives au remous et à la propagation des ondes*. Paris, Imprimerie impériale.
- Forchheimer, P. 1935-1950. *Tratado de hidráulica*. Ed. Labor, S.A. Barcelona. 628 p.
- Franquet, J.M. 2003. *Cinco temas de Hidrología e Hidráulica*. Ed. Bibliográfica Internacional, S.L. – Universitat Internacional de Catalunya. Tortosa. 594 p.
- Franquet, J.M. 2005. *Cálculo hidráulico de las conducciones libres y forzadas (Una aproximación de los métodos estadísticos)*. Ed. Bibliográfica Internacional, S.L. – Universitat Internacional de Catalunya. Tortosa. 590 p.
- Fujiwara, O. y Dey, D. 1987. Two adjacent pipe diameters at the optimal solution in the water distribution network models. *Water Resources Research*, vol.23, no. 8, pp. 1457-1460.
- López, A.S. 2012. “Conducciones forzadas por gravedad con tuberías de PEAD”. Centro de Investigación de Recursos Hídricos (CIDRHI). Ingeniería hidráulica y ambiental, vol. XXXIII, No. 3, Set – Dic. 2012. Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda. Estado Falcón, Venezuela.
- Melzer, A. 1964. *Sur le calcul du diamètre économique d'une conduite de Refoulement*. Centre belge d'étude et documentation des eaux. Janvier.
- Mendiluce, E. 1966-1987. Discrepancias en el cálculo del golpe de ariete. VII Congreso Internacional de Abastecimiento de Agua. *Revista de Obras Públicas*, pp. 575-581.
- Pérez, R. 2004. «Dimensionado óptimo de redes de distribución de agua ramificadas considerando los elementos de regulación». Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. España. (Octubre).
- Prevedello, C. L. 2000. Diâmetro mais econômico de uma canalização de recalque. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*. Vol 5, No 2: 39-42.
- Weisbach, J. 1843. *Untersuchungen aus dem Gebiet der Mechanik und Hydraulik*. Leipzig.
- Weyrauch, R. 1915. *Hydraulic Computation*. Stuttgart.

Relación de Tablas y Figuras:

Tabla 1. Categorías de rugosidad correspondientes a los diferentes materiales.

Tabla 2. Expresiones propuestas de la velocidad, caudal y pérdida unitaria de carga para tuberías en servicio.

Tabla 3. Diámetros óptimos según las categorías de rugosidad

Tabla 4. Comparativa del cálculo de diámetros óptimos teóricos, diámetros comerciales normalizados y velocidades efectivas de circulación del agua.

Figura 1. Líneas de energía en un sistema de impulsión.

Figura 2. Gráfica diámetro-coste.

Figura 3. Coeficiente K de pérdida de carga.

Dirección institucional del autor:

Josep Maria Franquet Bernis

Dr. Ingeniero Agrónomo, Eur-Ing.

Dr. Ciencias Económicas y Empresariales

Avenida Generalitat, 73, ent.

43500 Tortosa (Tarragona)

jfbernis@iies.es

Perfil profesional: Josep Maria Franquet Bernis (Tortosa, España, 1950). Ingeniero Técnico en Explotaciones Agropecuarias (Universidad Politécnica de Catalunya). Ingeniero Agrónomo (MSc) por la Universidad Politécnica de Valencia. Dr. en Ciencias Económicas y Empresariales (Universidad de Barcelona). Dr. en Arquitectura (Universidad Internacional de Catalunya). Profesor-tutor de la UNED (desde 1976). Profesor Contratado Doctor (Acreditado). Profesor Asociado de la Universidad Internacional de Catalunya (1999-2006) en el área de Hidráulica, Riegos y Proyectos. Diplomado en Cooperación y Diplomado en Investigación Operativa (Universidad de Valencia). Diplomado en Economía de la Empresa y en Planificación de Empresas (Universidad Politécnica de Madrid). Tiene el reconocimiento profesional d'*European Engineer* (EUR-ING, Paris, 1993). Conferenciante, asesor editorial, profesional liberal y empresario agrario. Ha sido asesor del Parlamento de Catalunya para temas hidrológicos (1991) y de organización territorial (2000), vocal por Tarragona del *Col·legi Oficial d'Enginyers Agrònoms de Catalunya* (1980-1990), vocal de la Cámara Agraria de Tarragona (2007-2011), Presidente del *Institut d'Estudis Dertosenses* y Presidente del Consejo Económico y Social de las Tierras del Ebro. Fue Director del Centro Asociado de Tortosa-UNED desde 2007 al 2020, así como Director del Campus Nordeste de la UNED (Cataluña y Baleares) en el periodo 2013-2015. Ha sido Ponente de la Universidad Internacional Menéndez y Pelayo (1995) y de la *Universitat Tècnica d'Estiu de Catalunya* (1995). Es autor de más de 40 libros o monografías en materia de agricultura, construcción, hidráulica, planificación territorial, climatología, piscicultura, topografía, matemáticas, psicología y economía, entre otras, así como de numerosos artículos y notas técnicas.

ANEJO DE MATERIAL COMPLEMENTARIO

1. FIGURAS COMPLEMENTARIAS

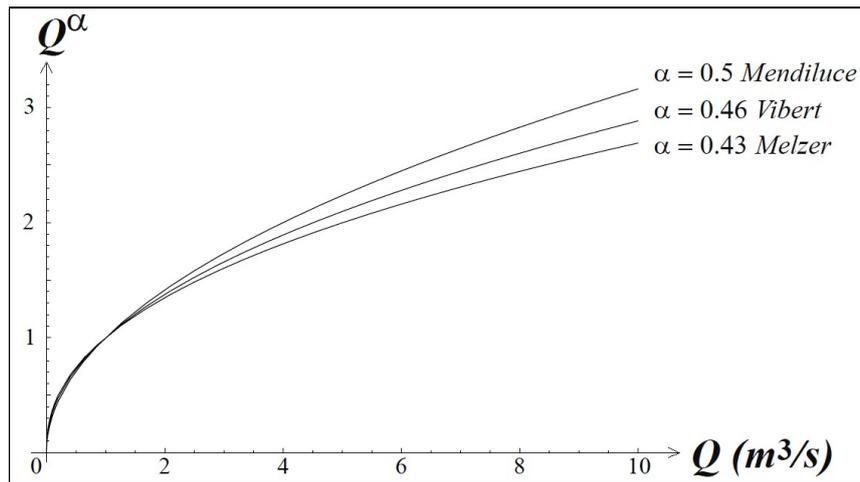


Figura 1 | Fórmulas de Mendiluce, Vibert y Melzer. Parámetro α en relación a Q .

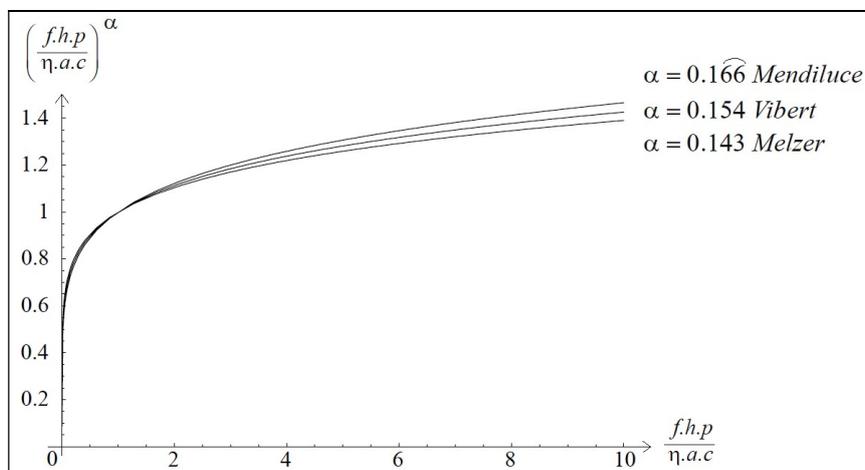


Figura 2 | Fórmulas de Mendiluce, Vibert y Melzer. Parámetro α en relación al término S.

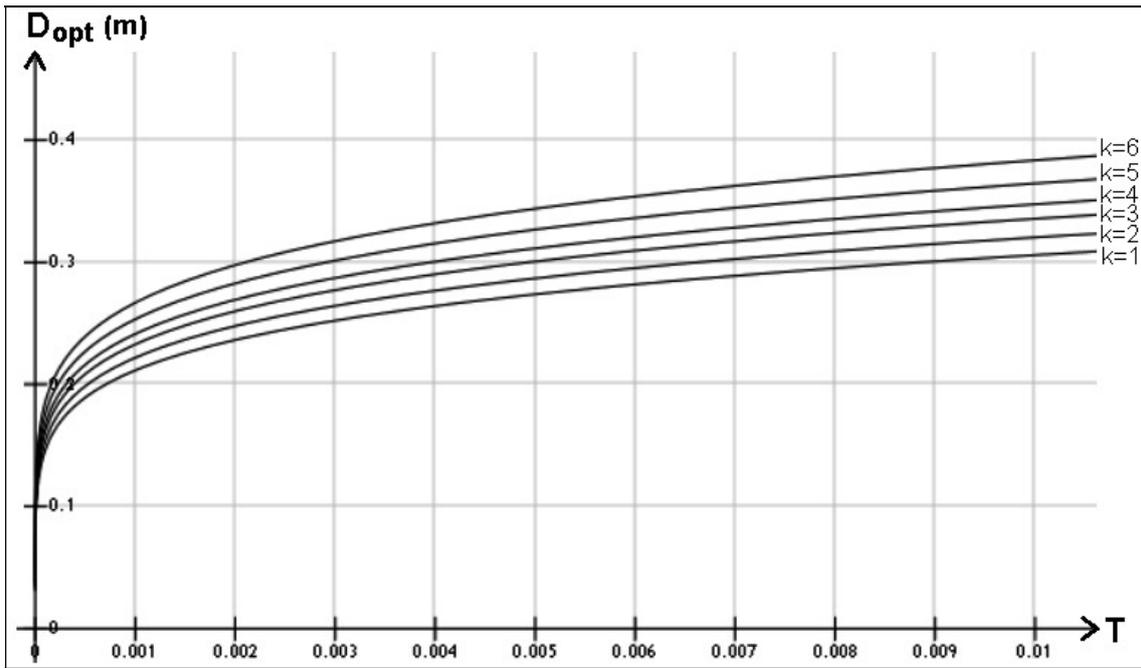


Figura 3 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0,0.01]$.

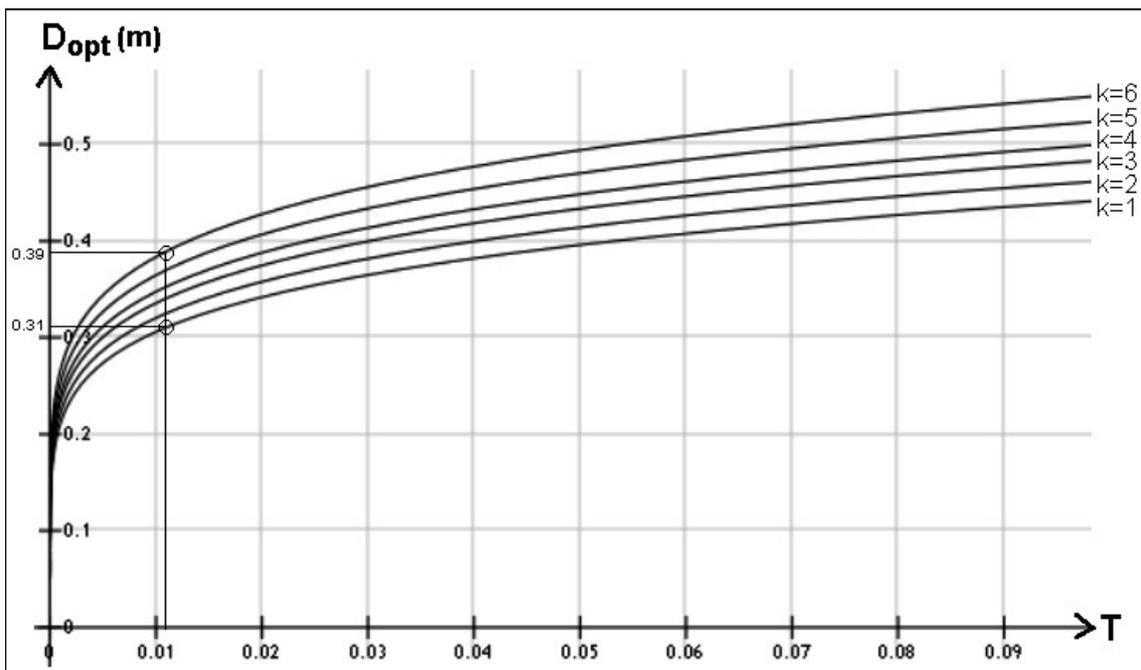


Figura 4 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0,0.1]$.

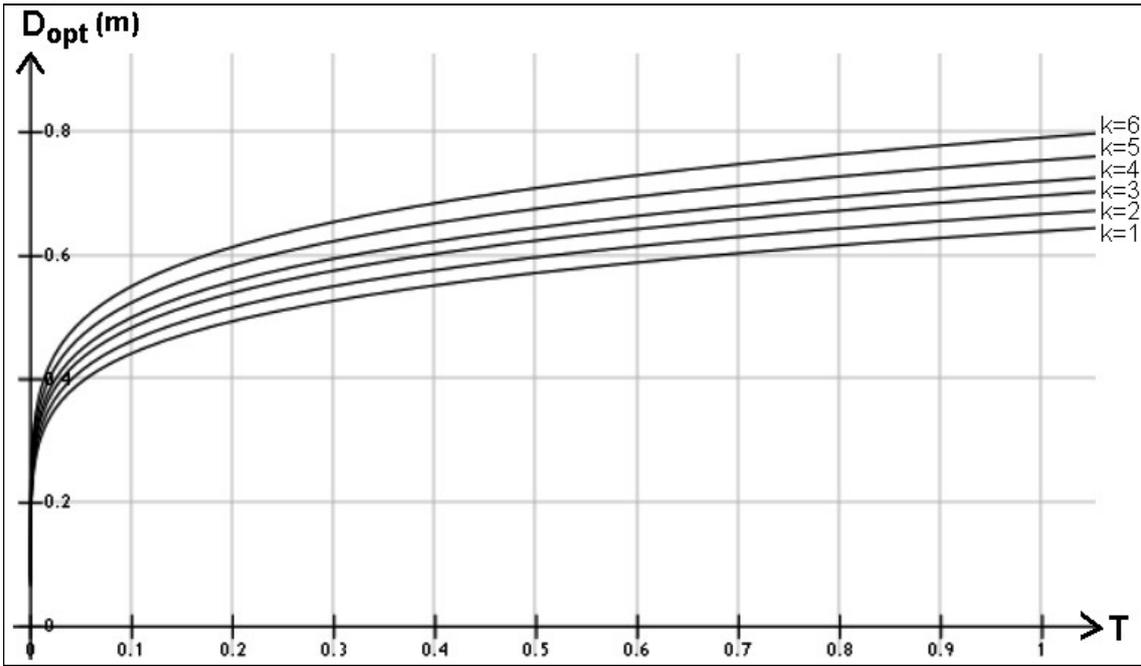


Figura 5 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0, 1]$.

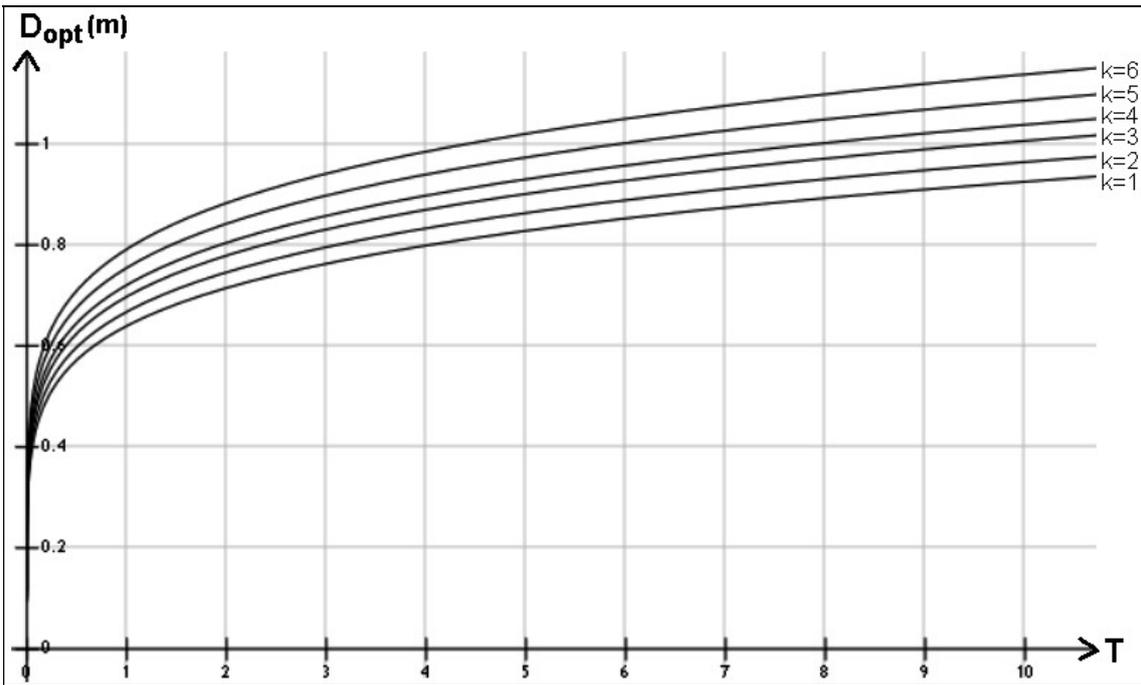


Figura 6 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0, 10]$.

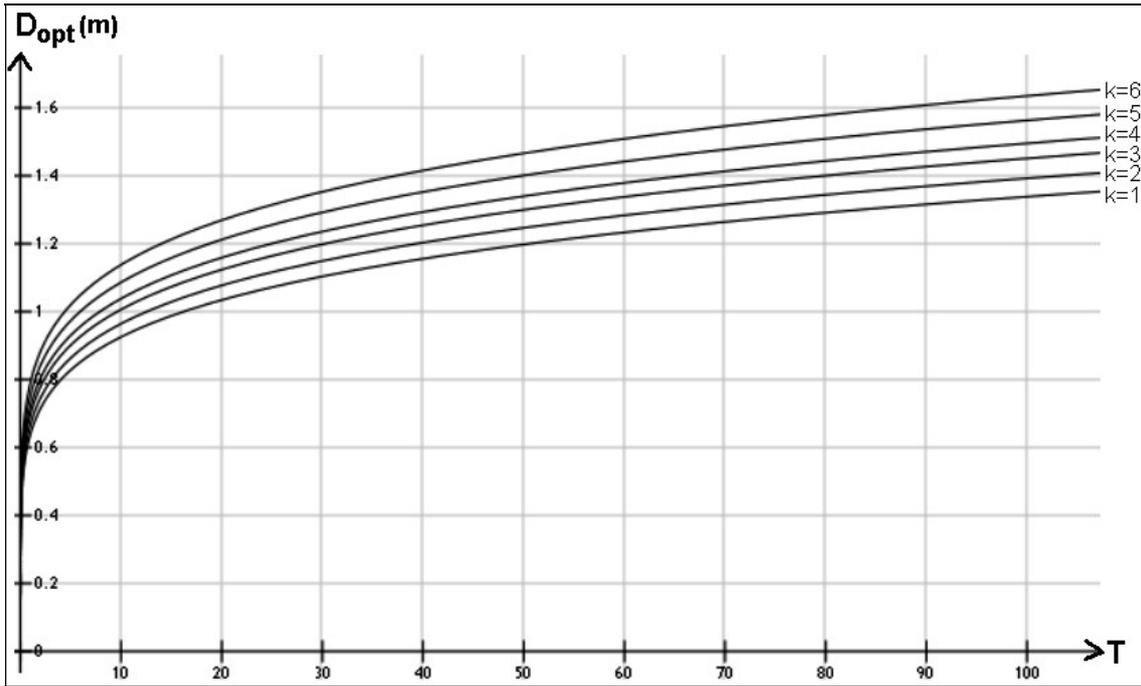


Figura 7 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0, 100]$.

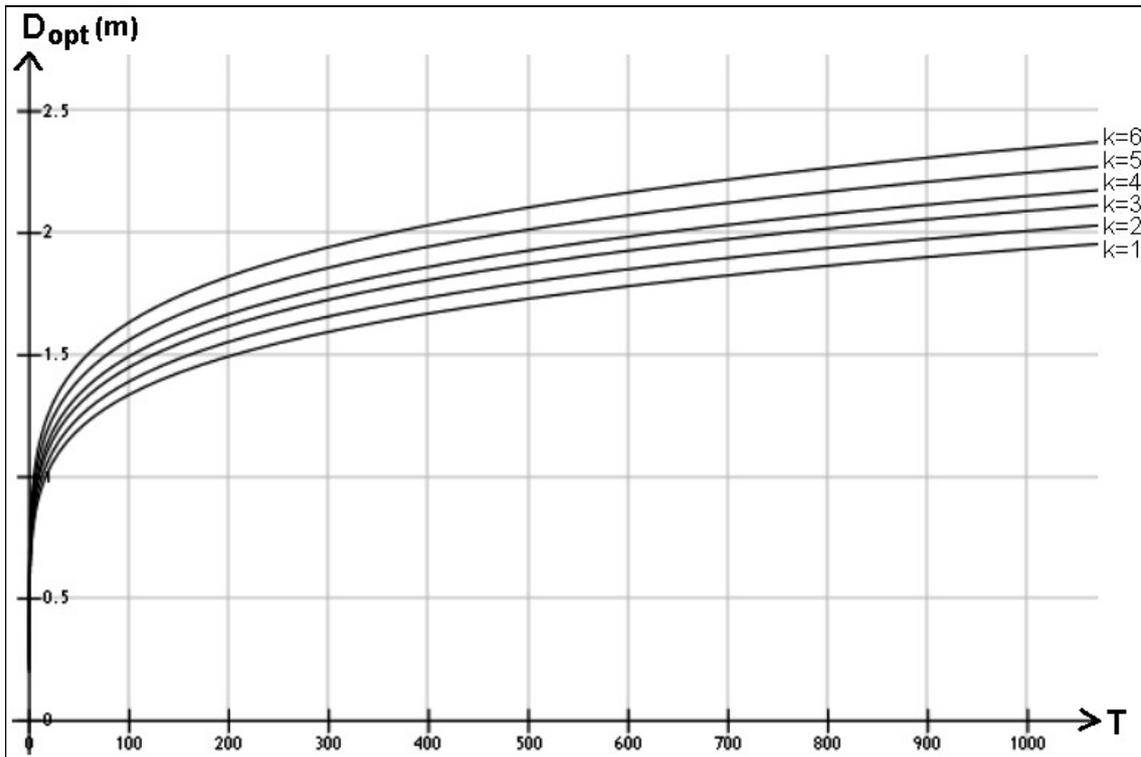


Figura 8 | Diámetro óptimo en función del término $T \in [0, 1000]$.

2. CÁLCULOS DEL EJEMPLO DE APLICACIÓN

(Se ha seguido la numeración de las fórmulas que aparecen en el cuerpo principal del Artículo, a partir de la 28).

En el caso del pozo y grupo elevador 1, tendremos:

- **Bresse:** Con un caudal de $Q = 300000 \text{ l/h} = 0.083 \text{ m}^3/\text{s}$, se tiene que:

$D = 1.5\sqrt{Q} = 1.5\sqrt{0.083} = 0.432 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 500 · 12.3 mm (6 bar), con un diámetro interior: $D_i = 500 - 2 \cdot 12.3 = 475.4 \text{ mm} > 432 \text{ mm}$.

- **Weyrauch:** En este caso, $D = 1.04\sqrt{Q} = 1.04\sqrt{0.083} = 0.300 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 315 · 7.7 mm (6 bar), con un diámetro interior: $D_i = 315 - 2 \cdot 7.7 = 299.6 \text{ mm} \cong 300 \text{ mm}$.

- **Dacach:** En este caso, $D = 0.9 Q^{0.45} = 0.9 \cdot 0.083^{0.45} = 0.294 \text{ m}$, o bien la fórmula ponderada:

$D = 0.92\sqrt{Q} = 0.92\sqrt{0.083} = 0.265 \text{ m}$, lo que exige, en ambos casos, la misma tubería que en el supuesto anterior de Weyrauch.

- **Forchheimer:** En este caso, por aplicación de la expresión (6), se tendrá que:

$D = 0.156 Q^{0.5} n^{0.25} = 0.156 \cdot 0.083^{0.5} \cdot 560^{0.25} = 0.219 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 250 · 6.2 mm (6 bar), con un diámetro interior: $D_i = 250 - 2 \cdot 6.2 = 237.6 \text{ mm} > 219 \text{ mm}$.

- **Mendiluce:** Con un caudal de $Q = 300000 \text{ l/h} = 0.083 \text{ m}^3/\text{s}$, se tiene para la primera categoría de rugosidad $k = 1 \Rightarrow K = 0.0012$; $p = 1 \text{ €/kWh}$;

$n = 35 \text{ semanas} \cdot 16 \text{ h/sem.} = 560 \text{ h}$; $c = \lambda = 250 \text{ €/m} \cdot \text{m}$; $\eta_g = \eta_m \eta_b = 0.86 \cdot 0.80 = 0.688$;

$a (6\% \text{ a } 40 \text{ años}) = 0.06646$. Esto es, substituyendo en (5), se tiene que:

$$D = 1.913 \left(\frac{0.0012 \cdot 1 \cdot 560}{250 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.167} \cdot 0.083^{0.5} = 0.344 \text{ m} \quad (28)$$

lo que exige una tubería de PVC 400 · 11.7 mm (6 bar), con un diámetro interior: $D_i = 400 - 2 \cdot 11.7 = 376.6 \text{ mm} > 344 \text{ mm}$.

- **Vibert-Koch:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, se tendrá, substituyendo en (8):

$$D = 1.71 \left(\frac{0.0012 \cdot 1 \cdot 560}{250 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.154} \cdot 0.083^{0.46} = 0.352 \text{ m} < 0.3766 \text{ m} \quad (29)$$

lo que exige la instalación de la misma tubería de PVC 400 · 11.7 mm (6 bar) que en el caso anterior.

- **Melzer:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, se tendrá, substituyendo valores en (9):

$$D = 1.579 \left(\frac{0.0012 \cdot 1 \cdot 560}{250 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.143} \cdot 0.083^{0.43} = 0.362 \text{ m} < 0.3766 \text{ m} \quad (30)$$

lo que exige la misma tubería de PVC 400 · 11.7 mm (6 bar) que en el caso anterior.

- **Agüera:** También con las mismas condiciones que en el caso anterior. Téngase en cuenta, por lo que se refiere al coeficiente de fricción, que:

$f = K / 0.0826 = 0.0012 / 0.0826 = 0.0145 \approx 0.015$, con lo que substituyendo valores en (10):

$$D = 1.165 \cdot \left[\frac{0.015}{0.688} \left(0.5 + \frac{1 \cdot 560}{250 \cdot 0.06646} \right) \right]^{0.154} \cdot 0.083^{0.462} = 0.353 \text{ m} < 0.3766 \text{ m} \quad (31)$$

lo que exige la misma tubería de PVC 400×11.7 mm (6 bar) que en el caso anterior.

- **Franquet:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, podemos acudir directamente a la fórmula propuesta en nuestros estudios que corresponde a la categoría de rugosidad $k = 1$ (PVC), con lo que se tendrá, substituyendo en (24):

$$D = \left(\frac{0.0617 \cdot 1.560 \cdot 0.083^3}{250 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.1602} = 0.362 \text{ m} < 0.3766 \text{ m} \quad (32)$$

que resulta substancialmente coincidente con las determinaciones anteriores y exactamente igual con la de Melzer.

Por lo que se refiere al pozo y grupo elevador 2, se tendrá:

- **Bresse:** Con un caudal de $Q = 200000 \text{ l/h} = 0.056 \text{ m}^3/\text{s}$, se tiene que:

$D = 1.5\sqrt{Q} = 1.5\sqrt{0.056} = 0.355 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 400·7.9 mm (4 bar), con un diámetro interior: $D_i = 400 - 2 \cdot 7.9 = 384.2 \text{ mm} > 355 \text{ mm}$.

- **Weyrauch:** En este caso, $D = 1.04\sqrt{Q} = 1.04\sqrt{0.056} = 0.246 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 250·4.9 mm (4 bar), con un diámetro interior: $D_i = 250 - 2 \cdot 4.9 = 240.2 \text{ mm} \cong 246 \text{ mm}$.

- **Dacach:** En este caso, $D = 0.9 Q^{0.45} = 0.9 \cdot 0.056^{0.45} = 0.273 \text{ m}$, o bien la fórmula ponderada:

$D = 0.92 \cdot \sqrt{Q} = 0.92\sqrt{0.056} = 0.218 \text{ m}$, lo que exige, en ambos casos, la misma tubería que en el supuesto anterior de Weyrauch.

- **Forchheimer:** En este caso, $D = 0.156 Q^{0.5} n^{0.25} = 0.156 \cdot 0.056^{0.5} \cdot 560^{0.25} = 0.180 \text{ m}$, lo que exige una tubería de PVC 200·4.0 mm (4 bar), con un diámetro interior: $D_i = 200 - 2 \cdot 4.0 = 192 \text{ mm} > 180 \text{ mm}$.

- **Mendiluce:**

$$D = 1.913 \left(\frac{0.0012 \cdot 1.560}{200 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.167} 0.056^{0.5} = 0.293 \text{ m} \quad (33)$$

lo que exige una tubería de PVC 315·6.2 mm (4 bar), con un diámetro interior: $D_i = 315 - 2 \cdot 6.2 = 302.6 \text{ mm} > 293 \text{ mm}$.

- **Vibert-Koch:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, se tendrá:

$$D = 1.71 \left(\frac{0.0012 \cdot 1.560}{200 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.154} 0.056^{0.46} = 0.304 \text{ m} \quad (34)$$

lo que exige la misma tubería que en el caso anterior.

- **Melzer:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, se tendrá:

$$D = 1.579 \left(\frac{0.0012 \cdot 1.560}{200 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.143} 0.056^{0.43} = 0.315 \text{ m} \quad (35)$$

lo que exige una tubería de PVC 355·7 mm (4 bar) o bien PVC 355·10.4 mm (6 bar), en ambos casos con un D_i suficiente como para cumplir con creces la exigencia planteada.

- **Agüera:** Con las mismas condiciones que en el caso anterior, y teniendo en cuenta, por lo que se refiere al coeficiente de fricción, que: $f = K/0.0826 = 0.0012/0.0826 = 0.0145 \approx 0.015$, se tendrá:

$$D = 1.165 \left[\frac{0.015}{0.688} \left(0.5 + \frac{1.560}{200 \cdot 0.06646} \right) \right]^{0.154} \cdot 0.056^{0.462} = 0.304 \text{ m} \quad (36)$$

lo que exige una tubería de PVC 315·6.2 mm (4 bar), coincidente, en este caso concreto, con la anterior formulación de Vibert-Koch.

- **Franquet:** Con las mismas condiciones que en los casos anteriores, podemos acudir directamente a la fórmula propuesta que corresponde a la categoría de rugosidad $k = 1$ (PVC), con lo que se tendrá:

$$D = \left(\frac{0.0617 \cdot 1.560 \cdot 0.056^3}{200 \cdot 0.06646 \cdot 0.688} \right)^{0.1602} = 0.310 \text{ m} \quad (37)$$

lo que exige una tubería de PVC 315·6.2 mm (4 bar).