**Influencia de los errores de fabricación en el par de fricción en rodamientos de bolas de cuatro puntos de contacto. Modelización analítica y correlación experimental bajo carga axial.**

**Iñigo Escanciano García1, Iker Heras Miguel2, Josu Aguirrebeitia Celaya3, Luis María Macareno Ramos4**

1 Análisis y Diseño Mecánico, Dpto. Ingeniería Mecánica, UPV/EHU, España. Email: inigo.escanciano@ehu.eus

2 Análisis y Diseño Mecánico, Dpto. Ingeniería Mecánica, UPV/EHU, España. Email: iker.heras@ehu.eus

3Análisis y Diseño Mecánico, Dpto. Ingeniería Mecánica, UPV/EHU, España. Email: josu.aguirrebeitia@ehu.eus

4 Análisis y Diseño Mecánico, Dpto. Ingeniería Mecánica, UPV/EHU, España. Email: luismaria.macareno@ehu.es

**Resumen**

En este trabajo se propone incluir los errores de fabricación en un modelo analítico publicado previamente para el cálculo del par de fricción en rodamientos de bolas de cuatro puntos de contacto. Los errores de fabricación se introducen en el modelo a través de una distribución estadística de la precarga de las bolas. Las precargas se implementan en el momento de plantear el problema de distribución de cargas, que se resuelve mediante un modelo basado en la interferencia bola-pista. Se realiza un estudio de los parámetros que definen la distribución de la precarga y su efecto sobre el par de fricción. Los resultados se comparan con ensayos experimentales publicados anteriormente por los autores, demostrando que la implementación de los errores de fabricación es necesaria para lograr una correlación adecuada.

**Palabras clave:** rodamientos de vuelco, rodamientos de bolas de cuatro puntos de contacto, par de fricción, errores de fabricación, simulación.

**Abstract**

This paper aims to include manufacturing errors in a previously published analytical model for the calculation of friction torque in four-point contact ball bearings. The manufacturing errors are introduced into the model through a statistical distribution of ball preloads. The preloads are implemented when the load distribution problem is being solved by means of a model based on ball-race interferences. This work studies the statistical parameters that define the preload distribution and its effect on the friction torque. The results are compared with experimental tests previously published by the authors, demonstrating that the implementation of manufacturing errors is necessary to achieve a proper correlation between analytical and experimental results.

**Keywords:** slewing bearings, four-point contact slewing bearings, friction torque, manufacturing errors, simulation.

# Introducción

Los rodamientos de bolas de cuatro puntos de contacto se usan frecuentemente en aerogeneradores para el control de la orientación de la góndola o “*yaw*” y el ángulo de ataque de las palas o “*pitch*”. Para un control preciso de éstos, es necesario dimensionar correctamente el rodamiento y conocer su comportamiento bajo carga. Son dos las características más importantes del rodamiento que los fabricantes aportan a sus clientes durante el diseño. Por una parte, están las dimensiones geométricas, que suelen ir restringidas por las dimensiones de los elementos que lo rodearán. Y, por otra parte, está el par de fricción en vacío del rodamiento, parámetro que indica el par que hay que aplicar al rodamiento para vencer las fuerzas de fricción existentes en los contactos bola-pista cuando el rodamiento no tiene ninguna carga aplicada. Este segundo parámetro es útil para dimensionar el motor que accionará el rodamiento y a su vez, estimar el orden de magnitud de interferencias bola-pista. En rodamientos de este tipo, empleados para el control de orientación, es importante caracterizar el rodamiento bajo múltiples estados de carga, por lo que también es necesario calcular el par de fricción para diferentes valores de carga axial, radial y de momento. Este trabajo se enfoca en el cálculo del par de fricción de rodamientos bajo carga axial.

Para determinar correctamente el par de fricción de un rodamiento es necesario calcular el aporte de cada bola y, para ello, es necesario resolver el problema de distribución de cargas previamente. Existen diversas formas de resolver el problema de distribución, empleándose tanto técnicas de elementos finitos como analíticas. Cuando se emplea el método de los elementos finitos, todas las bolas suelen considerarse iguales y con el mismo sobredimensionado de la bola (conocido como precarga de las bolas); en este sentido, frecuentemente se emplean técnicas en las que se sustituyen los costosos contactos bola-pista mediante mecanismos equivalentes, como la propuesta por Daidié *et al.* [1]. El presente trabajo emplea un modelo analítico basado en interferencias bola-pista, que considera la precarga de las bolas [2] y resuelve la distribución de cargas mediante un método iterativo donde se llega a un equilibrio entre las fuerzas aplicadas al rodamiento y las fuerzas en los contactos bola-pista. Heras [3] propuso otro método de resolución basado en la minimización de la energía potencial y consideró los errores de fabricación y la flexibilidad de los anillos en el cálculo.

Leblanc y Nélias [4,5] propusieron un modelo para el cálculo del par de fricción en rodamientos de bolas de contacto angular, basándose en el modelo de fricción de Coulomb. Otros autores [6–8] particularizaron este modelo para rodamientos angulares con bajas velocidades. Joshi [9] particularizó el modelo para grandes cargas y bajas velocidades en rodamientos de cuatro puntos de contacto y comparó los resultados con ensayos experimentales para el caso en el que las bolas se encontraban bien en una situación de cuatro puntos de contacto, o bien con dos puntos de contacto. El modelo de par de fricción empleado en el presente trabajo se basa en esta última particularización.

La influencia de los errores de fabricación en la distribución de carga es una cuestión que se ha estudiado en diversos trabajos [10–13]. Las conclusiones sobre esa influencia varían según el objeto de estudio y la forma de implementación tanto de los propios errores de fabricación como de las cargas aplicadas. Heras [3] demostró que los errores de fabricación tenían un gran efecto en el par de fricción cuando las cargas eran bajas mediante cálculos de elementos finitos.

Con la implementación propuesta en el presente trabajo, se estudian los efectos que los errores de fabricación de las pistas ejercen sobre el par de fricción bajo carga axial. Se dota al modelo con la capacidad de definir la precarga de cada bola de forma independiente y se implementan los efectos de los errores de fabricación a través de una distribución estadística de la precarga. Se realiza un estudio de la influencia de los parámetros estadísticos que definen la distribución de la precarga y se obtienen resultados correlacionados con ensayos experimentales llevados a cabo previamente por los autores [14,15]. A demás, y a diferencia de los casos estudiados por Joshi *et al.* [9], los ensayos y simulaciones del presente trabajo representan la transición del estado de cuatro puntos de contacto en las bolas a dos puntos de contacto. Del trabajo presentado a continuación se concluye que la implementación de los errores de fabricación es necesaria para lograr unos resultados más coherentes, especialmente para cargas bajas.

# Metodología

## Descripción del problema

Los resultados arrojados por el modelo analítico cuando no se consideran errores de fabricación y, por tanto, todas las bolas disponen de la misma precarga, muestran la evolución del par de fricción con la carga axial aplicada que aparece en la Figura 1. En dicha figura se observa que, a medida que la carga axial va en aumento, las cargas se reparten en los cuatro puntos de contacto de tal forma que va aumentando el par de fricción. Este efecto puede observarse en la línea continua de la Figura 1 para el rango de 0 kN a 6 kN.

Pasado cierto valor de carga axial (que será diferente para cada rodamiento), la cinemática de las bolas cambia, tal y como se explicará más adelante, afectando significativamente al par de fricción. Al no considerar inicialmente los errores de fabricación, este cambio sucede de manera simultánea para todas las bolas, por lo que el par de fricción disminuye de forma drástica. Esto puede observarse en la línea continua de la Figura **1**, para el rango de 6 kN a 8 kN.

Si se sigue aumentando la carga axial aplicada, se alcanza una situación en la que el contacto bola-pista pasa a darse únicamente en dos puntos de contacto. En este estado, un posterior incremento de la fuerza axial aplicada conlleva su correspondiente incremento en la carga de cada uno de los dos puntos de contacto y, por tanto, una mayor huella de contacto que implica un incremento del par de fricción. Este efecto puede observarse en la línea continua de la Figura 1, a partir de los 8 kN.

Así pues, se pueden definir tres zonas en la evolución del par de fricción con la carga axial, que vienen determinadas según el estado de contacto de las bolas. Estas zonas son fácilmente identificables cuando se realiza un cálculo del par de fricción y se define una precarga uniforme para todos los contactos bola-pista. La Figura **3** muestra un detalle de la evolución de la curva analítica mostrada en la Figura 1.

En la primera zona, denominada como *zona de cuatro puntos de contacto*, el eje de rotación de las bolas es paralelo al eje de rotación del rodamiento y las bolas se encuentran en un estado de rodadura y pivotamiento. Esto se puede observar en la Figura 2, donde se muestra el ángulo del eje de rotación de la bola respecto al del rodamiento.

Cuando el rodamiento no está sometido a ninguna carga, las bolas se encuentran con cuatro puntos de contacto y con la misma carga en todos los contactos. Con el aumento de la carga axial, la carga en dos de los puntos de contacto incrementa, lo que hace variar levemente el ángulo de rotación *β* de la bola (acotado en la Figura 2). En estos dos puntos de contacto, la fuerza normal va en aumento, lo cual incrementa las fuerzas de fricción generadas, aumentando así el par de fricción. La carga en los otros dos puntos de contacto va en disminución, junto a la componente de rodadura en éstos, aumentando la componente de pivotamiento, que también tiene cierta influencia en el aumento del par de fricción.



**Figura 1.** Comparación de datos obtenidos experimentalmente [14] frente a datos analíticos ajustados al par en vacío.



**Figura 2.** Definición de las zonas en la curva del par según los puntos de contacto de las bolas.

En la segunda zona, denominada como *zona de transición*, la carga en dos de los contactos pasa a ser muy pequeña en comparación con la de los otros dos. De este modo, los dos puntos de contacto más cargados pasan a un estado de rodadura sin apenas pivotamiento, de forma que el eje de rotación de las bolas es perpendicular a la diagonal formada por estos puntos. Coherentemente, los contactos menos cargados pasan a tener un movimiento predominantemente de pivotamiento. La fuerza normal en estos contactos es mínima por lo que el aporte al par de fricción disminuye drásticamente.

Por último, en la denominada *zona de dos puntos de contacto*, los contactos menos cargados, pierden el contacto completamente, haciendo que los otros dos sean los que soporten toda la carga, donde el aporte al par de fricción aumenta con la carga axial.

En la práctica, y debido a los errores de fabricación, nunca se da el caso en el que todas las bolas tengan el mismo nivel de interferencia bola-pista, por lo que esta inicial tendencia al alza del par de fricción seguida de una caída abrupta no se observa en ningún caso. De hecho, los resultados experimentales (ver resultados experimentales de la Figura 1) muestran una evolución mucho más suavizada del par de fricción con la carga axial aplicada. Esta observación que se da en la práctica se debe a que las bolas van pasando paulatinamente de cuatro a dos puntos de contacto. Finalmente, cuando todas las bolas contactan en dos puntos, el par de fricción aumenta con la fuerza axial aplicada, de forma similar al caso sin precarga.

Por tanto, resulta necesario implementar los errores de fabricación disponiendo valores diferentes de la precarga en cada uno de los contactos bola-pista de forma independiente. Esta necesidad se ve reforzada sobre todo en la zona de cargas bajas, donde la diferencia de cargas entre las diferentes bolas es mayor, tal y como se puede ver en los resultados obtenidos en [12–15] y su estudio de la influencia de los errores de fabricación sobre el par de fricción.

## Modelo analítico

El cálculo del par de fricción para rodamientos de cuatro puntos de contacto conlleva dos etapas consecutivas. La primera etapa consiste en estimar cómo se reparte la carga en cada uno de los contactos bola-pista (problema de distribución de la carga), y en la segunda se calcula el par de friccion que se ha de vencer, como la suma de los pares de fricción con los que contribuyen los diferentes contactos bola-pista bajo la carga calculada en la etapa anterior (problema del par de fricción).

El problema de distribución de la carga se basa en la resolución del equilibrio entre fuerzas exteriores y fuerzas elásticas de contacto en el anillo interior que se plantea con arreglo a un modelo de interferencias bola-pista considerando la precarga en las bolas [2] y que se resuelve de forma iterativa. Para la implementación de los errores de fabricación, se dota al modelo con la capacidad de definir la precarga de forma independiente en cada uno de los contactos. En este trabajo, los diferentes valores de la precarga en diferentes zonas del rodamiento se definen mediante una distribución normal, donde el valor medio y la desviación típica son las variables con las que se intentará justificar la variación del par de fricción debido a los errores de fabricación.

Es necesario puntualizar que en este modelo se consideran únicamente las deformaciones locales en las zonas de contacto y no se consideran las deformaciones provenientes de la flexibilidad de los anillos. Además, la precarga empleada en este estudio es aquella que define el estado de carga de las bolas tras el proceso de ensamblaje del rodamiento debido a los errores de fabricación de las pistas y la flexibilidad de los anillos, que de ahora en adelante se llamará “precarga efectiva” en este trabajo [14].

La precarga efectiva permite definir el estado final de carga de las bolas en el momento previo a la aplicación de las fuerzas sobre el rodamiento, independientemente de su origen, ya que la rigidez de los anillos del rodamiento y los elementos adyacentes varía según el uso que se le dará al rodamiento y, además, la procedencia de los errores de fabricación de las pistas será fundamentalmente aleatoria.

Por otro lado, el problema del par de fricción se soluciona resolviendo la cinemática de cada una de las bolas en función de su estado de carga y se calculan las tensiones generadas en cada contacto, siendo así posible calcular las fuerzas de fricción y el aporte al par de fricción de cada una de las bolas de forma independiente. Este modelo se basa en la particularización del modelo de Leblanc y Nélias [4,5] para un caso de cargas bajas y bajas velocidades [9], que también fue empleado por Heras [14].

## Rango de valores seleccionado para los parámetros estadísticos de la precarga efectiva

En este trabajo se realiza un estudio de los parámetros que definen la distribución estadística de la precarga efectiva al resolver el problema de distribución bajo carga axial y su influencia sobre el par de fricción. Se emplea para ello un rodamiento de bolas de cuatro puntos de contacto con los siguientes parámetros geométricos [14]:

* Diámetro de bolas (*Dw*): 7,9375 mm.
* Diámetro nominal (*Dpw*): 222 mm.
* Número de bolas (*N*): 48.
* Ángulo inicial de contacto (*α0*): 45 º.
* Conformidad bola/pista (*s*): 0,94.
* Número de hileras: 1.

En la ejecución del modelo analítico a la hora de estudiar la influencia de los parámetros estadísticos sobre el par de fricción, se ha tomado un coeficiente de fricción *µ* = 0,1. Para asegurar la repetibilidad de los resultados, se opta por emplear la misma secuencia de números aleatorios a partir de la que se genera la distribución normal de la precarga, de forma que se elimina cualquier influencia de la variación de la forma de la distribución. Aún así, esta variable no debería tener influencia ya que todos los contactos bola-pista se desplazan axialmente de forma uniforme cuando el rodamiento se somete a carga axial.

Se van a realizar múltiples cálculos con varias combinaciones de la precarga efectiva media (*m*) y la desviación típica de la precarga efectiva (*SD*) que simularán diferentes estados de interferencia debido a diferentes patrones de errores de fabricación. Después de unas pruebas preliminares, se fijan los siguientes valores para los parámetros estadísticos:

* Precarga efectiva media (*m*): -2, 0, 2 y 4 µm.
* Desviación típica de la precarga efectiva (*SD*): 0, 2, 4, 6 y 8 µm.

## Resultados experimentales empleados para el contraste del modelo analítico.

De cara a conocer cómo los diferentes valores de los parámetros estadísticos explican las variaciones en el par de fricción, se emplea el rodamiento con las características geométricas definidas previamente en el punto 2.3, y que se corresponden al rodamiento con el que los autores realizaron una campaña experimental de medición del par de fricción [14], donde el coeficiente de fricción que ofrecía el lubricante era de *µ* = 0,12.

En dicha campaña experimental se emplearon dos sensores diferentes para la medición de fuerza axial y par, y que se describen en la tesis doctoral [15], donde se empleó un sensor para valores de fuerza axial bajos (Sensor-2) y otro para valores superiores (Sensor-1), con las siguientes límites de medición fuerza axial y par:



**Figura 3**. Efectos del aumento de la desviación típica de la precarga efectiva con una media constante m=4.



**Figura 4**. Efectos del aumento de la precarga efectiva media con una desviación típica constante SD=6.

* Sensor-1: 750 kN y ± 2000 N·m.
* Sensor-2: 60 kN y ± 50 N·m.

Debido a que el Sensor-1 no estaba debidamente calibrado y que las mediciones con éste fueron tomadas para la franja inferior del rango de medición de la fuerza axial, se podría cuestionar la precisión de los valores obtenidos. Por ello, y de cara a contrastar la metodología analítica, en este estudio únicamente se considerarán los datos obtenidos por el Sensor-2, correspondientes a valores bajos de fuerza axial, indicados en la Figura 1 con marcas circulares, siendo los órdenes de magnitud de estas mediciones más apropiados para el sensor en cuestión.

Aún así, en la Figura 1 se muestran todos los resultados obtenidos experimentalmente tal como aparecen en [14,15]; esto permite mostrar la tendencia que tienen los resultados experimentales para cargas más altas (indicados mediante cruces) aunque su valor no sea fiable debido a la falta de calibración del Sensor-1.

## Procedimiento de correlación

Mediante la comparación entre los resultados analíticos y experimentales se consigue reflejar las variaciones en el par de fricción debidas a la variación de los parámetros estadísticos de la precarga efectiva.

Para materializar dicha comparativa, se realizan múltiples cálculos analíticos con diferentes combinaciones de media y desviación típica de la precarga efectiva. De éstos, se hace una selección de los resultados analíticos con un error relativo inferior a los obtenidos cuando no se consideraban los errores de fabricación.

# Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos mediante los cálculos descritos en el apartado anterior, en los que se refleja la influencia de los parámetros estadísticos de distribución (media y desviación típica de la precarga efectiva) introducidos en el modelo de cálculo del par de fricción, además de la capacidad de los cálculos analíticos para ajustarse a los resultados experimentales.

## Influencia de los parámetros estadísticos de la precarga efectiva

La Figura 3 muestra los efectos derivados de un aumento de la desviación típica *SD* de la precarga. Se puede observar cómo en la zona de transición de cuatro a dos puntos de contacto (4 kN - 6 kN), el caso con desviación típica nula (m = 4; SD = 0) muestra una variación brusca del par de fricción. Dicha variación se suaviza con la introducción de una desviación típica en la distribución de precarga efectiva.

Se observa que, al aumentar el valor de este parámetro (manteniendo la media *m* constante), el par de fricción inicial es mayor. Además, debido al comportamiento suavizado de la zona de transición de cuatro a dos puntos de contacto, el inicio de la zona donde las bolas pasan a contactar en dos puntos se da para cargas axiales más altas. Para el caso con desviación típica nula, esto se da para 6 kN de fuerza axial; en cambio, para valores de desviación típica superiores, dicha transición pasa a estar en el rango entre 16 kN y 56 kN de fuerza axial. Por último, en la zona en que las bolas contactan en dos puntos, se puede observar que el valor de par de fricción apenas varía con la desviación típica.



**Figura 5**. Ajuste de resultados analíticos a experimentales con una distribución de la precarga efectiva.

Si se analiza la influencia de la precarga efectiva media *m* sobre el par de fricción (manteniendo la desviación típica *SD* constante), tal y como se muestra en la Figura 4, se observan unos efectos similares a los analizados previamente: a mayor precarga efectiva media, mayor es el par de fricción inicial, y mayor es la fuerza axial necesaria para dar inicio a la zona de dos puntos de contacto. En cambio, en ésta última zona, el valor del par de fricción no se ve afectado por la precarga efectiva media.

Por tanto, se puede afirmar que la existencia de una distribución estadística en la precarga de las bolas es suficiente para justificar cambios notorios en el comportamiento de la curva del par de fricción de un rodamiento sometido a cargas axiales bajas.

## Correlación analítico-experimental

La Figura 4 muestra los resultados analíticos con menor error relativo respecto a los datos experimentales de entre los casos simulados. La curva analítica con desviación típica nula, cuya precarga efectiva estaba seleccionada de forma que ajustase el par de fricción en vacío de los resultados experimentales y así estimar los errores de fabricación, tiene un error relativo de 38.9 % si se consideran todos los datos experimentales obtenidos mediante el Sensor-2. Las curvas obtenidas mediante la implementación de una distribución estadística de la precarga efectiva disminuyen este error a valores de hasta un 18.5 %.

Este análsis también se ha realizado considerando únicamente los primeros siete puntos experimentales, es decir, aquellos en los que las bolas del rodamiento aún se encuentran con cuatro puntos de contacto y los errores de fabricación tienen mayor influencia. La curva analítica con desviación típica nula tiene un error relativo respecto a los datos experimentales de 48.2 %, mientras que las curvas con desviación típica tienen un error que desciende hasta un 24.9 %.

En la Tabla 1 se muestra un resumen de los resultados de los dos análisis mencionados previamente, donde se comparan los errores relativos de la curva analítica obtenida previamente sin considerar los errores de fabricación con los obtenidos tras la implementación de los errores de fabricación.

**Tabla 1.** Resumen del error relativo obtenido en la comparación con los resultados experimentales.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Sin errores****de fabricación** | **Con errores de fabricación** |
| En todos los puntos | 38,9 % | 18,5 % - 23,1 % |
| Primeros 7 puntos | 48,2 % | 24,9 % - 30,9 % |

# Conclusiones

Este trabajo propone incluir los errores de fabricación en un modelo analítico para el cálculo del par de fricción en rodamientos de bolas de cuatro puntos de contacto mediante una distribución estadística de la precarga. Para ello, presenta unos resultados donde se muestran los efectos de los parámetros estadísticos que la definen y compara los resultados con ensayos experimentales.

Por un lado, del estudio de la influencia de los parámetros estadísticos en el par de fricción se concluye que, una distribución estadística es capaz de suavizar la evolución del par de fricción cuando aumenta la fuerza axial. Se observa que, en la zona inicial (zona de cuatro puntos de contacto), se consigue eliminar el aumento rápido del par de fricción, ya que una distribución estadística introduce bolas con menor precarga, e incluso holguras, donde su aporte al par de fricción es menor o nulo. Asimismo, en la zona de transición se elimina la caída repentina del par de fricción dado que las bolas pasan de cuatro a dos puntos de contacto de forma secuencial. En la zona de dos puntos de contacto la influencia de la distribución es inapreciable. De esto se concluye que la implementación de los errores de fabricación, en este caso, mediante una distribución estadística de la precarga efectiva, es necesaria para lograr unos resultados más coherentes, especialmente para cargas bajas.

Por otro lado, de la comparación con los ensayos experimentales, se observa que la implementación de los errores de fabricación mediante una distribución estadística de la precarga consigue ajustarse mejor que los resultados analíticos previos, donde no existía una variación de la precarga. Este procedimiento se podría asimismo emplear para obtener una estimación del orden de magnitud de los errores de fabricación y/o de la precarga a la que estaría sometido el rodamiento ensayado. Para obtener resultados más concluyentes sería preciso disponer de más resultados experimentales, donde la precisión de las mediciones fuera mejor que los ensayos realizados con el procedimiento actual, además del estudio de otros parámetros que puedan influir al par de fricción además de los errores de fabricación.

# Agradecimientos

Los autores agradecen al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España y al Gobierno Vasco la financiación económica a través de los proyectos DPI2017-85487-R y IT947-16 respectivamente que han hecho posible el desarrollo de este trabajo.

Del mismo modo, agradecen a Iraundi S.A. tanto el material cedido para los ensayos como la experiencia recibida derivada de éstos. También se agradece al Profesor Daniel Nélias, director del laboratorio LaMCoS del INSA-Lyon, por permitir el uso de sus instalaciones, así como la ayuda y consejos recibidos.

# Referencias

[1] A. Daidié, Z. Chaib, A. Ghosn, 3D Simplified Finite Elements Analysis of Load and Contact Angle in a Slewing Ball Bearing, J. Mech. Des. 130 (2008) 82601. doi:10.1115/1.2918915.

[2] J. Aguirrebeitia, J. Plaza, M. Abasolo, J. Vallejo, Effect of the preload in the general static load-carrying capacity of four-contact-point slewing bearings for wind turbine generators: theoretical model and finite element calculations, Wind Energy. 17 (2014) 1605–1621. doi:10.1002/we.1656.

[3] I. Heras, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, Friction torque in four contact point slewing bearings: Effect of manufacturing errors and ring stiffness, Mech. Mach. Theory. (2017). doi:10.1016/j.mechmachtheory.2017.02.009.

[4] A. Leblanc, D. Nelias, Ball Motion and Sliding Friction in a Four-Contact-Point Ball Bearing, J. Tribol. 129 (2007) 801–808. doi:10.1115/1.2768079.

[5] A. Leblanc, D. Nelias, Analysis of Ball Bearings with 2, 3 or 4 Contact Points, Tribol. Trans. 51 (2008) 372–380. doi:10.1080/10402000801888887.

[6] M.J. Todd, K.L. Johnson, A model for coulomb torque hysteresis in ball bearings, Int. J. Mech. Sci. 29 (1987) 339–354.

[7] M.J. Todd, Spin division and estimation of Coulomb torque in angular contact ball bearings, in: Tribol. - Frict. Lubr. Wear Fifty Years on. 2 V, London, UK, 1987: pp. 933–944.

[8] M.R. Hachkowski, L.D. Peterson, M.S. Lake, Friction model of a revolute joint for a precision deployable spacecraft structure, Https://Doi.Org/10.2514/3.27205. 36 (2012) 591–598. doi:10.2514/3.27205.

[9] A. Joshi, B. Kachhia, H. Kikkari, M. Sridhar, D. Nelias, Running Torque of Slow Speed Two-Point and Four-Point Contact Bearings, Lubricants. 3 (2015) 181–196. doi:10.3390/lubricants3020181.

[10] S. M S, M. K, The effect of manufacturing tolerances on the load carrying capacity of large diameter bearings, Sadhana. 40 (2015) 1899–1911. doi:10.1007/s12046-015-0427-x.

[11] S. Aithal, N. Siva Prasad, M. Shunmugam, P. Chellapandi, Effect of manufacturing errors on load distribution in large diameter slewing bearings of fast breeder reactor rotatable plugs, Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 230 (2016) 1449–1460. doi:10.1177/0954406215579947.

[12] I. Heras, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, Friction torque in four contact point slewing bearings: Effect of manufacturing errors and ring stiffness, Mech. Mach. Theory. 112 (2017) 145–154. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2017.02.009.

[13] I. Heras, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, I. Coria, I. Escanciano, Load distribution and friction torque in four-point contact slewing bearings considering manufacturing errors and ring flexibility, Mech. Mach. Theory. 137 (2019) 23–36. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2019.03.008.

[14] I. Heras, I. Coria, J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, I. Martín, Par de fricción en rodamientos de vuelco de cuatro puntos de contacto: procedimiento de cálculo y resultados experimentales, in: XXII Congr. Nac. Ing. Mecánica, 19-21 Sept., Madrid, Spain, 2018.

[15] I. Heras, Four-point contact slewing bearings for wind turbines: advances in structural modelling and friction torque calculation, University of the Basque Country (UPV/EHU), 2018.