

Modelización de la influencia de los modos de sólido rígido del eje ferroviario montado en el ruido de rodadura de rueda y vía

Víctor T. Andrés¹, José Martínez-Casas¹, Francisco D. Denia¹, G. Squicciarini², D. J. Thompson²

¹Instituto de Ingeniería Mecánica y Biomecánica
Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain
Email: vicanrui@upv.es, jomarc12@mcm.upv.es, fdenia@mcm.upv.es

²Institute of Sound and Vibration Research
University of Southampton, Southampton SO17 1BJ, United Kingdom
Email: g.squicciarini@soton.ac.uk, djt@isvr.soton.ac.uk

Resumen

El comportamiento vibroacústico de una rueda ferroviaria está definido por sus numerosos modos de vibración y frecuencias naturales. Entre ellos, los modos con mayor contribución al ruido de rodadura tienen dos o más diámetros nodales. La vibración debida a dichos modos está desacoplada del movimiento del eje, lo que permite realizar un tratamiento individualizado de la rueda, considerando por ejemplo que se encuentra empotrada en el cubo. Mediante este tratamiento, el error producido en la predicción de ruido radiado se manifiesta en los rangos de baja y media frecuencia (<1 kHz) y se puede considerar despreciable, en términos energéticos, en el caso de la rueda puesto que la mayor parte de la energía de radiación sonora de este componente se concentra en frecuencias superiores. No obstante, dado el acoplamiento debido a la interacción rueda-vía, los cambios en la dinámica de la rueda afectan a la vía, cuya energía de radiación acústica se concentra en los rangos de baja y media frecuencia. Por ello, con el objetivo de estudiar correctamente el ruido radiado por ambos componentes, resulta necesario incluir la contribución del resto del eje montado en la respuesta de la rueda. En este trabajo se propone un modelo analítico de sólido rígido del eje montado rotatorio y, haciendo uso de herramientas computacionales, se superpone su respuesta a la vibración de la rueda empotrada en el cubo. Con el fin de validar los desarrollos llevados a cabo, dicho modelo se compara de forma satisfactoria con una formulación numérica equivalente. Posteriormente, se evalúa la influencia del movimiento de sólido rígido del eje montado en la radiación acústica por ruido de rodadura de la rueda y la vía.

Palabras clave: Movimiento de sólido rígido; acoplamiento rueda-vía; ruido de rodadura.

Abstract

The vibroacoustic behaviour of a railway wheel is defined by its vibration modes and natural frequencies. Among these, those with a greater contribution to rolling noise have two or more nodal diameters. The vibration due to these modes is decoupled from the axle motion, which allows the wheel to be treated separately, considering for example that it is constrained at the hub. Using this approach, the error on the noise prediction appears in the low and medium frequency ranges (<1 kHz) and it is negligible (in energetic terms) for the wheel since most of the sound radiation energy from this component is in higher frequencies. However, given the coupling due to the wheel-track interaction, the changes in the wheel dynamics influence the track, whose acoustic radiation energy is mainly in the low and medium frequency ranges. Thus, for the proper study of the radiated noise from both wheel and track, it is necessary to include the contribution of the rest of the wheelset on the wheel response. In this work, an analytical rigid body model for the rotatory wheelset is proposed and its response is superimposed on the wheel vibration, that is constrained at the hub. The formulation developed is validated by comparing the proposed model with an equivalent numerical approach. Then, the influence of the wheelset rigid body motion on the rolling noise radiated from the wheel and track is evaluated.

Keywords: Rigid body motion; wheel-track coupling; rolling noise.

1. Introducción

Los modos de vibración de una rueda ferroviaria se caracterizan por medio del número de diámetros y circunferencias nodales que tienen. Los modos con 0 o 1 diámetro nodal están acoplados con la vibración del eje mientras que aquéllos con más diámetros nodales están desacoplados del eje. Puesto que estos últimos son predominantes en la radiación sonora de la rueda [1], modelizar este componente sin el eje, es decir, empotrando directamente el cubo [2], es una buena aproximación para la determinación del ruido. Sin embargo, debido a la interacción rueda-vía, omitir el eje en el modelo de la rueda puede influir en la vibración y radiación acústica de los elementos de la vía, especialmente en los rangos de la baja y media frecuencia (por debajo de 1 kHz), donde estos componentes son predominantes [3, 4]. Para superar esta limitación, Thompson propuso evaluar el movimiento debido a los modos de sólido rígido del eje y superponerle a la vibración de la rueda [5].

En este trabajo se presenta un modelo analítico del eje montado rígido, considerando la rotación del mismo sobre su eje principal a una velocidad constante. Se propone un enfoque Euleriano que permite obtener las ecuaciones del movimiento de sólido rígido (MSR). Cabe indicar que, pese a que el modelo se ha desarrollado para un eje montado ferroviario, es válido para cualquier sistema rotatorio. Una vez obtenidas las ecuaciones del movimiento, se determina el movimiento del eje montado debido a la interacción rueda-carril y se superpone a la vibración de la rueda empotrada, que se ha evaluado previamente usando el Método de los Elementos Finitos (MEF). Además, para modelizar el comportamiento vibroacústico de la rueda, se hace uso de su simetría axial expandiendo su respuesta en series de Fourier. La vibración predicha por este enfoque se compara con el caso de la rueda empotrada únicamente y con un modelo completo de EF del eje montado. Asimismo, el modelo analítico propuesto se compara con un enfoque numérico equivalente basado en los modos de SR del eje montado.

2. Modelización de los componentes

2.1. Eje montado

Se propone una configuración de eje montado tal que se considera la flexibilidad de una rueda y a su vibración se le superpone el MSR del eje montado rotatorio. Éste se modeliza analíticamente, lo que representa la principal contribución de este trabajo. Para ello, se consideran los seis MSR, a saber: tres traslaciones t_1 , t_2 y t_3 así como tres rotaciones ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 , donde las direcciones 1, 2 y 3 se definen según el

sistema de referencia de la Figura 1. Con estas consideraciones, la posición \mathbf{r} de una partícula del eje montado rotatorio se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{r} = \mathbf{u} + \mathbf{t} + \mathbf{w}_\phi, \quad (1)$$

donde $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T$ es la posición espacial de la partícula antes del movimiento, $\mathbf{t} = (t_1 \ t_2 \ t_3)^T$ representa el MSR de traslación y \mathbf{w}_ϕ representa el MSR de rotación que, asumiendo pequeños desplazamientos, se puede expresar como:

$$\mathbf{w}_\phi = \begin{bmatrix} 0 & -\phi_3 & \phi_2 \\ \phi_3 & 0 & -\phi_1 \\ -\phi_2 & \phi_1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que la rotación del eje montado rígido se produce a una velocidad angular constante Ω respecto al eje 2 (véase Figura 1), la energía cinética T del eje montado es:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_V \rho \frac{D\mathbf{r}^T}{Dt} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} dV = \frac{1}{2} M (\dot{t}_1^2 + \dot{t}_2^2 + \dot{t}_3^2) \\ &+ \frac{1}{2} (I_1 \dot{\phi}_1^2 + I_2 \dot{\phi}_2^2 + I_3 \dot{\phi}_3^2) + \frac{1}{2} \Omega^2 I_2 + \Omega I_2 \dot{\phi}_2 \\ &+ \frac{\Omega I_2}{2} (\phi_1 \dot{\phi}_3 - \phi_3 \dot{\phi}_1) + \frac{\Omega^2 I_2}{4} (\phi_1^2 + 2\phi_2^2 + \phi_3^2), \end{aligned} \quad (3)$$

siendo ρ la densidad del material, V y M el volumen y la masa del eje montado, respectivamente, e I_j el momento de inercia respecto al eje j -ésimo. Haciendo uso de las ecuaciones de Lagrange, se obtienen las seis ecuaciones de MSR del eje montado rotatorio, dadas por:

$$\begin{aligned} M \ddot{t}_1 &= F_1 \\ M \ddot{t}_2 &= F_2 \\ M \ddot{t}_3 &= F_3 \\ I_1 \ddot{\phi}_1 - \Omega I_2 \dot{\phi}_3 - \frac{\Omega^2 I_z}{2} \phi_1 &= T_1 \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - \Omega^2 I_z \phi_2 &= T_2 \\ I_3 \ddot{\phi}_3 + \Omega I_2 \dot{\phi}_1 - \frac{\Omega^2 I_z}{2} \phi_3 &= T_3 \end{aligned} \quad (4)$$

donde F_i y T_k son, respectivamente, la fuerza externa aplicada en la dirección i -ésima y el momento externo aplicado sobre el eje k -ésimo.

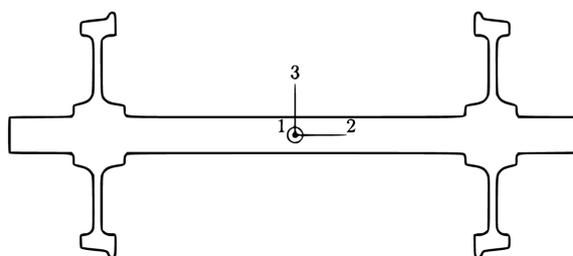


Figura 1. Sistema de referencia del eje montado rígido.

Respecto a la rueda flexible, en este trabajo se emplea el modelo vibroacústico propuesto por Andrés *et al.* [6], en el que se describe el comportamiento dinámico

y acústico de la rueda ferroviaria mediante un enfoque de axisimetría. Con ello, la vibración en la dirección circunferencial se resuelve analíticamente y las otras dos direcciones, asociadas a la sección transversal de la rueda, se resuelven empleando el MEF. Como se ha comentado anteriormente, la rueda se empotra en el cubo y a su vibración se le superpone el MSR del eje montado, tras la resolución del sistema de ecuaciones definido en (4).

En relación a la radiación sonora de la rueda, ésta se evalúa como un postproceso del campo vibratorio en su superficie usando el modelo desarrollado por Thompson [2]. Dado que éste está formulado en el dominio de la frecuencia, los modelos dinámicos del eje montado rígido y la rueda flexible se pasan al dominio de la frecuencia también.

2.2. Vía

En este trabajo, la vía ferroviaria se modeliza con una doble capa viscoelástica continua con sección transversal uniforme, donde el carril está apoyado en un sistema muelle–masa–muelle formado por las placas de asiento, las traviesas y el balasto. Para ello, las propiedades de la placa de asiento, la traviesa y el balasto se distribuyen por unidad de longitud [7], de manera que se omiten los efectos asociados con la frecuencia *pinned–pinned* [5]. El comportamiento dinámico de la vía se describe usando teoría de estructuras periódicas; la formulación detallada puede consultarse en [8, 9]. Tras resolver la vibración de los componentes de la vía, se calcula la contribución al ruido radiado por parte del carril y la traviesa usando el modelo acústico descrito en [10].

3. Resultados

En comparación con la vibración de la rueda empotrada, la contribución del MSR del eje montado es importante en los rangos de baja y media frecuencia (<1 kHz), mientras que para frecuencias mayores su influencia es despreciable. Este efecto se puede deducir de la Figura 2, en la que se muestran las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) de la rueda en su punto de contacto para tres metodologías distintas, a saber:

1. Únicamente la rueda empotrada en el cubo, modelizada mediante el MEF.
2. La rueda empotrada, modelizada mediante el MEF, más la contribución del MSR del eje montado, evaluado con el modelo analítico desarrollado.
3. El eje montado al completo modelizado mediante el MEF (modelo numérico del eje montado flexible).

Se considera que la metodología número 3 es la más precisa, pero tiene un mayor coste computacional asociado. La segunda y la tercera metodología dan

resultados con tendencias similares en todo el rango de frecuencias estudiado y, a su vez, con notables diferencias respecto a la primera metodología en el rango de la baja frecuencia.

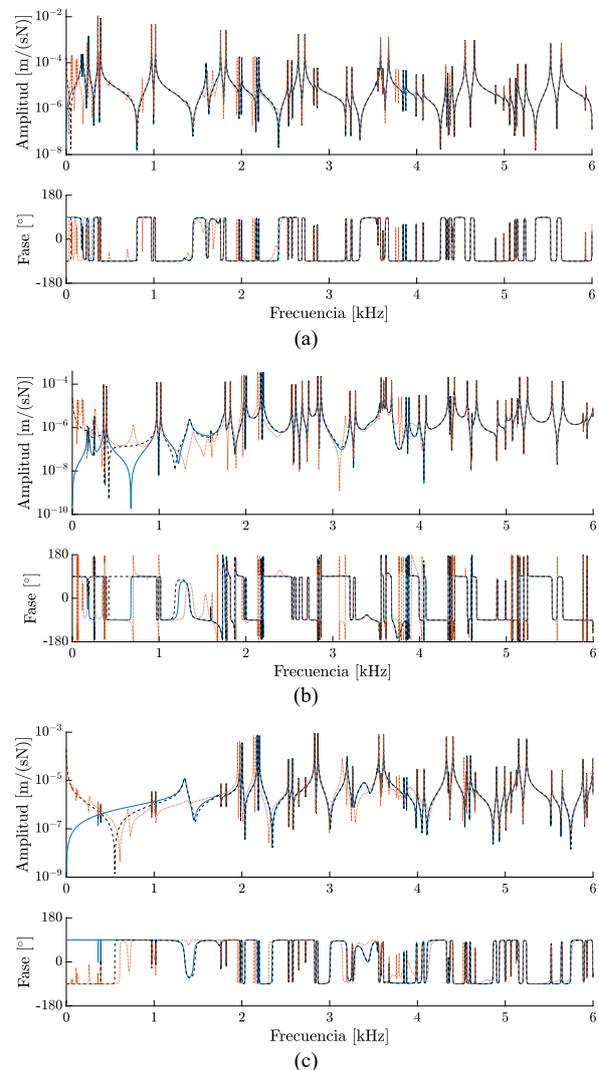


Figura 2. Movilidades de la rueda en su punto de contacto para una velocidad de circulación de 80 km/h. (a): axial/axial; (b): axial/radial; (c): radial/radial. —: Sólo rueda empotrada; - - -: Rueda empotrada + contribución MSR del eje montado; ····: Modelo numérico del eje montado flexible.

Las diferencias en las FRF entre las metodologías no sólo tienen influencia en la respuesta de la rueda, sino también en la fuerza de interacción rueda–carril. Las diferencias en ésta, a su vez, tienen influencia en la vibración y en los niveles de potencia sonora (SWL) de los elementos de la vía. Particularmente, las diferencias en las FRF entre la primera y la segunda metodología aparecen principalmente en el rango de la baja frecuencia, por lo que es en este rango donde se espera que sea influyente la contribución del MSR del eje montado. Tal y como se muestra en la Figura 3(a), la mayor parte de la energía acústica de la radiación de la rueda se encuentra por encima de 1 kHz y, en

consecuencia, la contribución del MSR del eje montado no afecta significativamente a la potencia acústica global, habiendo una diferencia de 0.1 dB(A) entre la primera y segunda metodología; la potencia acústica global se calcula sumando la energía contenida en cada banda de tercio de octava estudiada. No obstante, como se muestra en la Figura 3(b), la mayor parte de la energía de radiación sonora de la vía (carril + traviesa) queda por debajo de 1 kHz y, por lo tanto, existe una mayor influencia de la contribución del MSR del eje montado, encontrando una diferencia de 0.8 dB(A) en la potencia acústica global entre la primera y segunda metodología. Considerando los tres componentes (rueda, carril y traviesa), en la Figura 3(c) se muestra el ruido total, destacando una diferencia de 0.7 dB(A) entre la metodología que no considera el MSR del eje montado y la que sí lo considera.

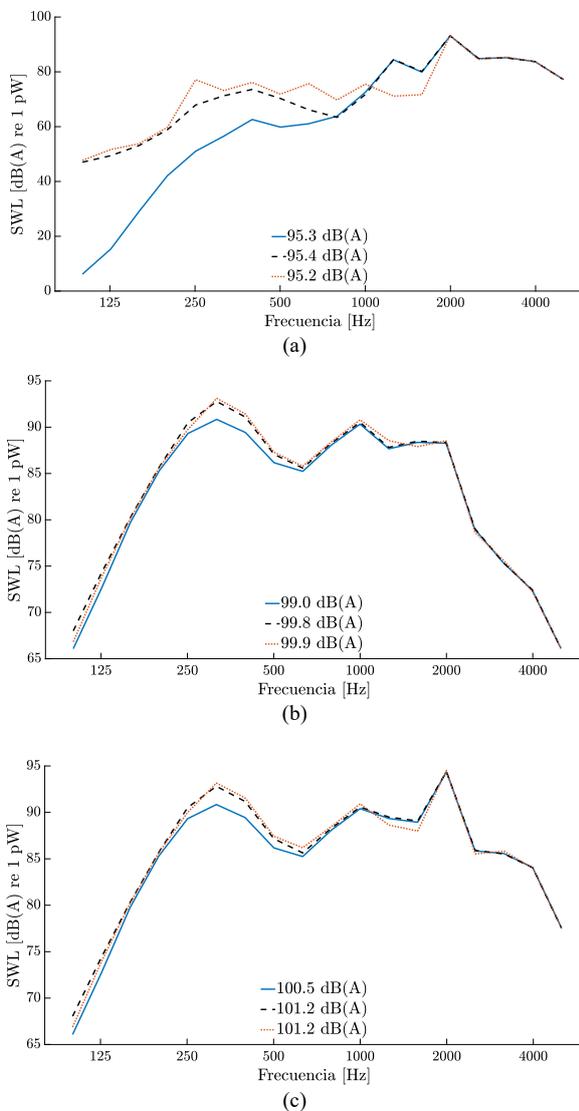


Figura 3. SWL para una velocidad de circulación de 80 km/h. (a): rueda; (b): vía; (c): total. —: Sólo rueda empotrada; - -: Rueda empotrada + contribución MSR del eje montado; ····: Modelo numérico del eje montado flexible.

Cabe destacar que los niveles sonoros obtenidos con el enfoque numérico (tercera metodología) son similares a los obtenidos con la metodología de rueda empotrada más contribución del MSR del eje montado (segunda metodología).

Por último, el modelo analítico propuesto se compara con una formulación numérica equivalente. En ésta, se evalúan los seis modos de SR del eje montado rotatorio mediante un enfoque de EF y se calcula su contribución al movimiento del eje montado. Ésta es equivalente a la contribución del MSR descrita de manera analítica por medio del sistema de ecuaciones definido en (4). Mediante ambos enfoques se calculan los SWL totales (suma de rueda, carril y traviesa), representados en la Figura 4. Dado que ambos enfoques devuelven resultados idénticos, se considera validada la formulación analítica propuesta.

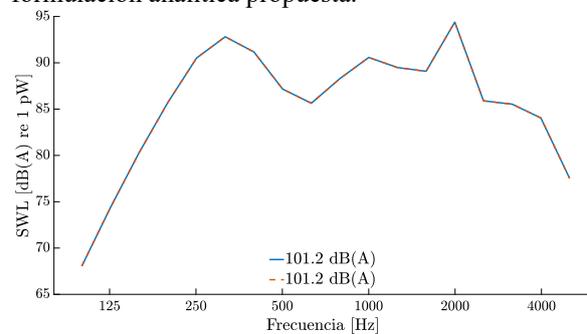


Figura 4. SWL total según la segunda metodología. —: Evaluación analítica del MSR del eje montado; - -: Evaluación numérica del MSR del eje montado.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto un modelo analítico de un eje montado rígido y rotatorio, cuya formulación es válida para cualquier otro sistema rotatorio con simetría axial. Este modelo permite evaluar la contribución del MSR del eje montado, que se superpone a la vibración de la rueda flexible empotrada. Dicha contribución tiene una influencia notable en la dinámica de la rueda en los rangos de baja y media frecuencia. Esto produce cambios en las fuerzas de interacción rueda-carril y, en consecuencia, altera la vibración de los componentes de la vía. Si bien es cierto que la contribución del MSR del eje montado es pequeña en la radiación de la rueda en términos energéticos, no es para nada despreciable en la radiación de los elementos de la vía, efecto que subraya la importancia de su consideración. Respecto a la comparación con un modelo numérico completo del eje montado flexible, la inclusión de la contribución del MSR del eje mejora la concordancia de los resultados de potencia acústica respecto al caso de la rueda empotrada únicamente. Por último, se ha comparado el modelo analítico propuesto con un enfoque numérico y se han obtenido resultados idénticos.

5. Agradecimientos

Este artículo es parte del proyecto PID2020-112886RA-I00, ayuda FPU18/03999 y ayuda EST21/00213 financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 así como por “FSE Invierte en tu futuro”. Los autores también desean agradecer el apoyo del Programa PROMETEO/2021/046 de la Generalitat Valenciana.

6. Referencias

- [1] D. J. Thompson. “Wheel–rail noise generation, part II: Wheel vibration”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 161, n.º 3, pp. 401–419, 1993. doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1083>.
- [2] D. J. Thompson, C. J. C. Jones. “Sound radiation from a vibrating railway wheel”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 253, n.º 2, pp. 401–419, 2002. doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001>.
- [3] D. J. Thompson, G. Squicciarini, J. Zhang, I. López Arteaga, E. Zea, M. Dittrich, E. Jansen, K. Arcas, E. Cierco, F. X. Magrans, A. Malkoun, E. Iturritxa, A. Guiral, M. Stangl, G. Schleinzler, B. Martín López, C. Chaufour, J. Wändell. “Assessment of measurement–based methods for separating wheel and track contributions to railway rolling noise”. *Applied Acoustics*, vol. 140, pp. 48–62, 2018. doi: <http://doi.org/10.1016/j.apacoust.2018.05.012>.
- [4] V. T. Andrés, J. Martínez–Casas, F. D. Denia, D. J. Thompson. “Influence study of rail geometry and track properties on railway rolling noise”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 525, pp. 116701, 2022. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116701>.
- [5] D. J. Thompson. “Railway Noise and Vibration: Mechanisms, Modelling and Means of Control”. Elsevier, 2009. ISBN: 978-0-08-045147-3. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-045147-3.X0023-0>.
- [6] V. T. Andrés, J. Martínez–Casas, J. Carballeira, F. D. Denia. “Development of a dynamic model of the axisymmetric railway wheel for sound radiation prediction”. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, InterNoise21, Washington, D.C., USA, 2021*, pp. 3362–3368(7), 2022. doi: <https://doi.org/10.3397/IN-2021-2385>.
- [7] D. J. Thompson, B. Hemsworth, N. Vincent. “Experimental validation of the TWINS prediction program for rolling noise, part 1: description of the model and method”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, n.º 1, pp. 123–135, 1996. doi: <http://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0252>.
- [8] D. J. Mead. “A general theory of harmonic wave propagation in linear periodic systems with multiple coupling”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 27, n.º 2, pp. 235–260, 1973. doi: [http://doi.org/10.1016/0022-460X\(73\)90064-3](http://doi.org/10.1016/0022-460X(73)90064-3).
- [9] D. J. Thompson. “Wheel–rail noise generation, part III: Rail vibration”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 161, n.º 3, pp. 421–446, 1993. doi: <http://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1084>.
- [10] D. J. Thompson, M. H. A. Janssens, F. G. de Beer. “Track Wheel Interaction Noise Software (TWINS) Theoretical Manual (version 3.4)”. TNO report, TNO Institute of Applied Physics, 2019.