



SIMULAÇÃO DA DINÂMICA E IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS EM UMA MESA XY DE MÁQUINA-FERRAMENTA

VALDEMIR MARIANO¹, JOSÉ FELICIO DA SILVA²,
JOÃO BOSCO DE AQUINO SILVA², JOSÉ FÁBIO DE LIMA NASCIMENTO¹,
JOÃO CARLOS BARBOSA DA SILVA¹

¹ Centro Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco (CEFET – PE/UNED – Pesqueira)
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

² Centro de Tecnologia, UFPB – Campus I – CEP: 58059-900, João Pessoa, PB, Brasil
Departamento de Tecnologia Mecânica

(Recibido 6 de abril de 2004, revisado 25 de noviembre de 2004, para publicación 21 de enero de 2005)

Resumo – A proposta deste trabalho é modelar, simular a dinâmica e estimar os parâmetros de uma mesa XY aplicada em máquinas-ferramenta convencionais para permitir o controle usando estratégias adaptativas. Para isto, o modelo dinâmico será simulado através do método de Newmark e a estimação dos parâmetros, parâmetros modais e sinal de excitação será desenvolvida por três métodos: mínimos quadrados clássico (LS), mínimos quadrados recursivo (RLS) e mínimos quadrados estendido (ELS), para efeito de análise e comparação da performance dos resultados de estimação.

Palavras chave – Identificação, máquina-ferramenta, modelagem dinâmica, método numérico.

1. INTRODUÇÃO

No âmbito das máquinas-ferramenta, a busca crescente por flexibilidade, rapidez e exatidão de fabricação para alcançar metas de qualidade e competitividade industrial, atinge principalmente os sistemas de posicionamento. As mesas XY estão presentes em diversos tipos de máquinas-ferramenta e tem a função de posicionar adequadamente a peça para o trabalho de usinagem. Diversos trabalhos tem sido publicados focalizando aspectos de projeto e controle de mesas XY aplicadas em máquinas-ferramenta objetivando atingir melhores requisitos de exatidão, rapidez e confiabilidade [1] [2] [3].

Uma boa exatidão de posicionamento somente é possível se a dinâmica da mesa for bem conhecida, bem como, as fontes de erro atuantes, o que sem dúvida fornecerá informações que permitirão um bom desempenho do sistema de controle. Um posicionador de mesa XY é formado por diversos componentes mecânicos como fuso, porca, mancais, guias, entre outros, porém, as características dinâmicas deste conjunto nem sempre podem ser medidas ou fornecidas pelos fabricantes. O comportamento dinâmico do posicionador é influenciado por cada um de seus componentes. Portanto, os parâmetros de um posicionador, dependem dos componentes utilizados, e somente podem ser alterados por substituição destes componentes. Para que se possa estudar um posicionador sob o aspecto de sua dinâmica é necessário que se tenha um modelo que o descreva suficientemente bem. Na modelagem deve-se manter um compromisso entre a fidelidade do modelo ao sistema real e a complexidade do cálculo. A descrição do comportamento dinâmico pode ser feita no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Para descrever um sistema no domínio do tempo, modela-se o sistema, escreve-se as leis físicas pertinentes, e a partir dessas, a equação diferencial que relaciona a grandeza de saída à grandeza de entrada. Aplicando-se uma excitação como entrada à equação governante da dinâmica do processo e solucionando-a, obtém-se a expressão da resposta do sistema em função do tempo. Pode-se também determinar experimentalmente o comportamento dinâmico de um sistema real ou de um protótipo, aplicando-se sinais de excitação temporais à sua entrada, medindo e/ou registrando-se o comportamento da saída.

É possível descrever o comportamento dinâmico de um posicionador de mesa XY através de uma equa-

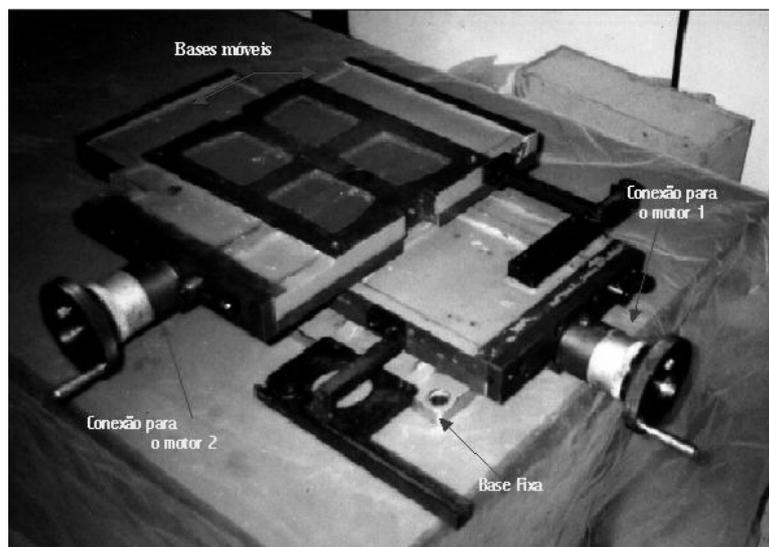


Fig. 1. Mesa XY.

ção diferencial e por meio de métodos de integração numérica obter a solução do sistema para um determinado sinal de excitação e condições iniciais. Conhecendo-se os sinais de entrada e saída resultantes do processo de simulação e aplicando-se técnicas de identificação de parâmetros pode-se estimar os parâmetros desconhecidos do modelo e até mesmo a fonte de perturbação [4] atuante através de métodos de estimação clássica e recursiva. Neste trabalho, será feita a modelagem dinâmica via equação diferencial e o método de Newmark [5] será utilizado para a simulação. O sinal de entrada será o de Schroeder [6] e serão empregadas as técnicas de estimação por mínimos quadrados clássica (LS), mínimos quadrados recursivo (RLS) e mínimos quadrados estendido (ELS). As técnicas de estimação recursivas são bastante empregadas nos modelos de controle adaptativo pela capacidade de estimar parâmetros em tempo real. Serão identificadas a dinâmica, os parâmetros modais e o sinal de excitação.

As técnicas de estimação RLS e ELS serão investigadas na identificação experimental da mesa em estudo objetivando a aplicação de técnicas adaptativas no controle de posição do sistema. Identificadas as características dinâmicas da mesa, ou seja, a planta, é possível projetar o controlador para atender os requisitos de desempenho do sistema no que tange a exatidão de posicionamento e velocidade de resposta. Como a dinâmica da mesa é variável com o tempo devido a influência de diversos fatores como atrito, por exemplo, os controladores adaptativos são uma opção bastante atrativa nestas aplicações. Técnicas de controle adaptativo já estão em estudo com este fim e os modelos dinâmicos dos eixos contemplarão efeitos de importantes não-linearidades do processo que não foram considerados neste trabalho.

2. O MODELO DINÂMICO

Posicionadores integram diversos sistemas mecânicos tais como tornos, fresadoras, centros de usinagem, máquinas de medição por coordenadas (MMC), entre outros. A mesa posicionadora em estudo apresenta dois eixos e foi parte integrante de uma máquina fresadora convencional. Sua estrutura mostrada na Fig. 1 é composta de guias de escorregamento, bases móveis, fusos, rolamentos, porcas e mancais.

Os principais componentes de um eixo da mesa XY em estudo podem ser vistos na Fig. 2, incluindo o motor DC e o acoplamento que fazem parte do sistema de acionamento. Cada um dos eixos que formam a mesa contém vários elementos, os quais possuem características mecânicas tais como elasticidade axial e torcional, inércia, atrito, folgas, além de estarem sujeitos a não-linearidades como deformação térmica, stick-slip e backlash.

Para análise dinâmica do eixo da Fig. 2, propõe-se um modelo massa-mola-amortecedor cujo análogo linear se mostra na Fig. 3. Deve-se ressaltar que o modelo proposto é simplificado com relação a realidade física da mesa, uma vez que, dentre outras simplificações, considera tão somente a parte mecânica de

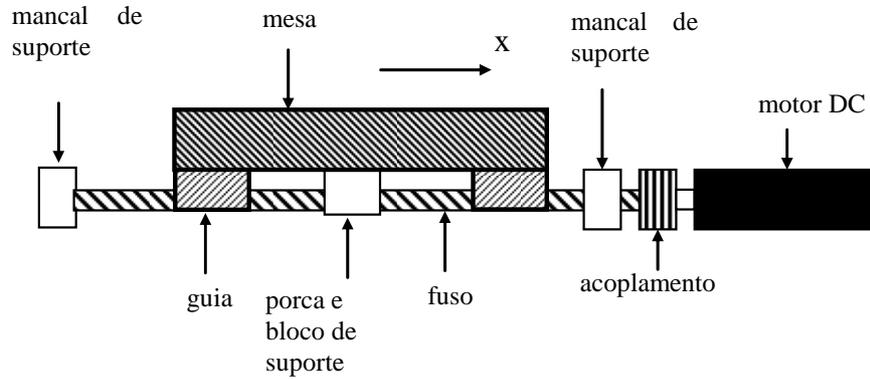


Fig. 2. Eixo da mesa XY.

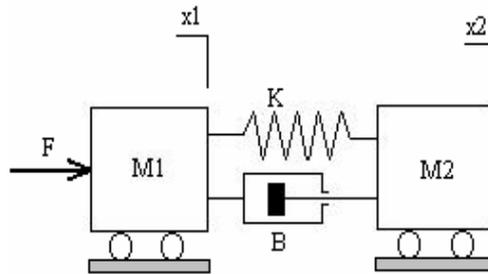


Fig. 3. Modelo massa-mola-amortecedor do eixo (análogo linear).

sua estrutura; entretanto, isto não inviabiliza a aplicação do modelo para o objetivo em vista. O modelo completo poderá ser visto em [7].

Em que,

- B amortecimento presente no conjunto.
- K coeficiente de rigidez equivalente do sistema.
- M_1 representa a inércia conjunta do motor e do fuso, quantificada, para o sistema rotativo, pelo momento de inércia relativamente ao eixo X, I_1 .
- M_2 representa a inércia equivalente da mesa, quantificada, no análogo rotativo, pelo momento de inércia relativamente ao eixo X, I_2 .
- F excitação aplicada que, no sistema rotativo, corresponde à diferença entre o torque do motor T_m e o torque de carga T_c .
- x_1, x_2 coordenadas de posicionamento das massas do sistema, expressas, no análogo rotativo, pelos deslocamentos angulares do motor e do fuso, respectivamente, θ_1 e θ_2 .

A aplicação das leis de equilíbrio no sistema da Fig. 3 fornece a equação matricial,

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B & -B \\ -B & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Fazendo a devida analogia com o sistema rotativo, a equação (1) fica da seguinte forma,

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B & -B \\ -B & B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_m - T_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Tabela 1. Dados para o cálculo de Dt .

N	κ	ω_n (rad/s)	ω_0 (rad/s)	Dt (s)
2048	10	54,53	5,453	5,626e-04

Tabela 2. Dados físicos medidos.

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
ρ	3,18e-4	m/rad	Passo angular do fuso
η	5,0e-1	-	Rendimento do fuso
ψ	6,36e-4	m/rad	Relação entre torque e força
M_f	5,8e-1	kg	Massa do fuso
R_f	8,0e-3	m	Raio do fuso
M_r	5,8e-1	kg	Massa do rotor
R_r	27,5e-3	m	Raio do rotor
M_m	3,0e+1	kg	Massa da mesa – eixo X

A equação (2) é análoga a desenvolvida por [8]. Pode-se atribuir $T = T_m - T_c$ para efeito de simplificação. Existe uma relação proporcional entre o deslocamento retilíneo da porca – à qual a mesa é fixada – e o deslocamento angular do fuso: $x_2 = \rho\theta_2$, onde ρ é o passo angular do fuso, conforme apresentado na Tabela 2.

3. O PROBLEMA DIRETO: SIMULAÇÃO DO SISTEMA

Entendemos por Problema Direto a simulação do sistema, isto é, o problema que consiste em determinar a resposta do sistema, dados os seus parâmetros e o sinal de excitação.

Questões importantes devem ser ressaltadas no processo de simulação, tais como, a escolha do tipo de sinal de excitação e a seleção do método numérico a ser empregado. O método de integração de Newmark foi avaliado por [4] no processo de identificação de parâmetros e de perturbações externas em sistemas mecânicos, tendo apresentado excelentes resultados quando comparado a outros métodos de integração numérica. O algoritmo do método de Newmark é apresentado no Apêndice 1. Este método, mesmo sendo um integrador incondicionalmente estável e apresentando concordância entre os valores máximos e mínimos de amplitudes correspondentes da solução numérica em relação a solução exata, pode gerar um erro no período de vibração que é função do intervalo de tempo de discretização usado. Dado que estes erros podem constituir problemas cruciais no processo de identificação de sistemas, um fator por demais importante que deve ser abordado é a aplicação de um adequado intervalo de tempo de discretização.

Por seu lado, um critério eficiente permitindo a obtenção de um passo de integração ótimo deve contemplar a relevância da dinâmica do sistema [9]. Neste sentido, a Tabela 1 apresenta os dados para o cálculo do passo de tempo de integração usando o critério $Dt = (2\pi/N\omega_n)\kappa$, onde N é o número (imposto) de pontos de discretização, ω_n é a frequência natural do sistema e κ é um coeficiente inteiro a otimizar.

Tabela 3. Valores dos parâmetros.

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
I_1	2,37e-04	kg.m ²	Soma da inércia do motor e do fuso
I_2	6,07e-06	kg.m ²	Inércia equivalente da mesa – eixo X
B	5,4e-04	N.m.s/rad	Amortecimento do sistema
K	1,76e-02	N.m/rad	Rigidez do sistema

Aqui, ω_n foi determinada como se explica adiante (Secção 4.3.5), entrando com os valores experimentais dos parâmetros dinâmicos do sistema que constam na Tabela 3. O valor de κ foi selecionado após um processo de busca até se determinar o melhor valor para Dt , ou seja, aquele que produz o menor erro de estimação da resposta estacionária do sistema (em termos de deslocamento, velocidade e aceleração) a uma excitação harmônica pura com frequência $\omega_0 = (\omega_n/\kappa) = (2\pi/NDt)$. Neste processo, a simulação da resposta do sistema foi feita com base nos valores dos parâmetros dados na Tabela 3.

4. O PROBLEMA INVERSO 1: IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA

O Problema Inverso 1, em que se faz a identificação do sistema, consiste em, dados o sinal de excitação e a resposta do sistema, determinar os seus parâmetros dinâmicos.

4.1. Valores experimentais de referência para os parâmetros base

O modelo contém vários parâmetros cujo conhecimento é fundamental neste estudo. Alguns fabricantes de mesas XY como a THOMSONTM fornecem valores de inércia, rigidez e amortecimento dos eixos de movimento retilíneo, bem como, dos parâmetros elétricos de seus componentes tais como: motores DC e amplificadores. Aqui, houve a necessidade de se determinar os parâmetros da estrutura mecânica da mesa. Portanto, considerando o fuso um cilindro homogêneo com massa M_f e raio R_f , assim como, o rotor do motor outro cilindro homogêneo com massa M_r e raio R_r , a equação proposta para o cálculo de I_1 é dada por,

$$I_1 = M_f \frac{R_f^2}{2} + M_r \frac{R_r^2}{2} \quad (3)$$

Agora, considerando M_m como sendo a massa da mesa, ρ o passo angular do fuso, $\psi = \rho/\eta$ como sendo uma constante que relaciona torque e força e η rendimento (adimensional) do fuso, portanto [8],

$$I_2 = M_m \cdot \rho \cdot \psi \quad (4)$$

Neste caso, os dados da Tabela 2 apresentam os valores medidos correspondentes a mesa XY em estudo.

O cálculo do coeficiente de rigidez K do sistema, o qual depende de diversos fatores, tais como: coeficiente de rigidez torcional equivalente devido a elasticidade axial do fuso, coeficiente de rigidez devido a elasticidade torcional do fuso, coeficiente de rigidez torcional do acoplamento, coeficiente de rigidez torcional relativo a elasticidade axial do mancal do fuso, poderá ser visto em [8]. A estimação do amortecimento B do sistema seguiu o procedimento descrito em [1] o qual consiste basicamente em se determinar a função de transferência da planta a partir da resposta do sistema a um sinal do tipo degrau.

Em resumo, a Tabela 3 apresenta os valores experimentais medidos para os parâmetros dinâmicos da mesa XY da Fig. 1, tomados subseqüentemente como valores de referência.

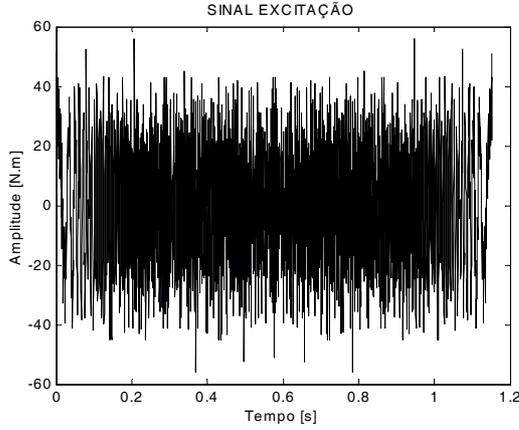


Fig. 4. Sinal de excitação.

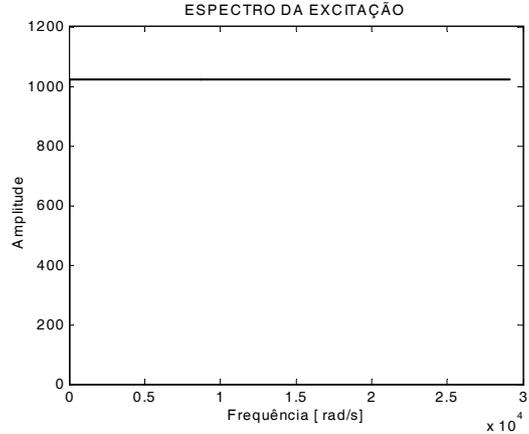


Fig. 5. Espectro da excitação.

4.2. Sinal de excitação usado

Uma característica indispensável num sinal de excitação no processo de identificação de sistemas é a manutenção das condições de excitação persistente. Esta, dentre outras vantagens, pode ser obtida pela aplicação do sinal sintetizado do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco [6]. As Figuras 4 e 5 apresentam respectivamente no tempo e em frequência o sinal de excitação empregado na identificação. A passagem do sinal do domínio do tempo para o da frequência requer o uso da Transformada de Fourier e pode ser feita numericamente usando o algoritmo FFT (Transformada Rápida de Fourier), o qual já está implementado em diversos softwares e ferramentas de análise e processamento de sinais [10].

4.3. Estimadores para os parâmetros

4.3.1. Formulação base

Pode-se obter um modelo em espaço de estados para o sistema de equações (2) na forma $\dot{\Theta} = A\Theta + CT$. Escolhendo como variáveis de estado os deslocamentos angulares θ_1 e θ_2 , e designando as respectivas velocidades angulares por ω_1 e ω_2 , obtém-se o seguinte modelo,

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\omega}_2 \end{Bmatrix}}_{\dot{\Theta}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K/I_1 & -B/I_1 & K/I_1 & B/I_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K/I_2 & B/I_2 & -K/I_2 & -B/I_2 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \omega_1 \\ \theta_2 \\ \omega_2 \end{Bmatrix}}_{\Theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1/I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\{T\}}_T \quad (5)$$

A discretização de Euler (1ª ordem) da equação matricial diferencial (5) aplicada a uma seqüência de intervalos de tempo consecutivos conduz à equação matricial (6) a seguir, que se deduz facilmente da equação de diferenças finitas para o intervalo de tempo genérico, entre os instantes k e $k+1$, $\Theta(k+1) = (I + A \cdot Dt) \cdot \Theta(k) + Dt \cdot C \cdot T(k)$. Esta equação tem a forma matricial $b = A\phi$, em que: b é uma matriz de ordem $N \times 4$, cujas linhas contêm os vetores Θ , de resposta do sistema, para os instantes $k=2, \dots, N+1$; A é uma matriz de ordem $N \times 5$, contendo, em linhas, a resposta do sistema (colunas 1 a 4) e o sinal de excitação (coluna 5), para os instantes $k=1, \dots, N$; e ϕ é uma matriz de parâmetros modificada, de ordem 5×4 .

$$\begin{bmatrix} \theta_1(2) & \omega_1(2) & \theta_2(2) & \omega_2(2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \theta_1(N+1) & \omega_1(N+1) & \theta_2(N+1) & \omega_2(N+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K}{I_1}Dt & 0 & \frac{K}{I_2}Dt \\ Dt \left(1 - \frac{B}{I_1}Dt\right) & 0 & \frac{B}{I_2}Dt \\ 0 & \frac{K}{I_1}Dt & 1 & \frac{K}{I_2}Dt \\ 0 & \frac{B}{I_2}Dt & Dt \left(1 - \frac{B}{I_2}Dt\right) \\ 0 & \frac{Dt}{I_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

4.3.2. Método Direto (LS)

Quando toda a seqüência temporal de dados de entrada e saída do sistema, contida nas matrizes A e b , é conhecida *a priori*, a estimação dos parâmetros do sistema é feita “de uma só vez”, ou seja, em batelada, empregando o Método Direto ou dos Mínimos Quadrados (LS), através da equação [11], [12],

$$\hat{\phi} = [A^T A]^{-1} A^T b \quad (7)$$

4.3.3. Métodos Recursivos (RLS, ELS)

Em alternativa ao Método Direto, os vetores de estado do sistema podem ser atualizados seqüencialmente numa forma discreta permitindo a estimação recursiva dos parâmetros. As principais vantagens das técnicas recursivas são a possibilidade de se conhecer e monitorar os parâmetros do sistema à medida em que os dados do processo são disponibilizados, além de serem menos suscetíveis a problemas de ordem numérica, como por exemplo, a questão de singularidade da inversão matricial presente na formulação de mínimos quadrados, conforme a Eq. (7).

Para isso, a equação (6) começa por ser representada de maneira recursiva, como a seguir,

$$y(t) = y(t-1)\delta + hu(t) + \varepsilon(t) \quad (8)$$

em que: $y(t) \equiv b$; $y(t-1) \equiv A$ (sem a última coluna); $\delta \equiv \phi$ (sem a última linha); $\varepsilon(t) \equiv$ vetor de erros (ruído branco para RLS ou ruído colorido para ELS); $u(t) \equiv T(t)$ e $h = Dt/I_1$. Seguidamente, o estimador por mínimos quadrados é reestruturado de uma forma tal que os resultados obtidos no tempo $t-1$ possam ser usados para a estimação no tempo t . Muitos dos estimadores recursivos, como, por exemplo, mínimos quadrados (RLS) e mínimos quadrados estendido (ELS), podem ser representados pelas equações genéricas [13],

$$\hat{\phi}(t) = \hat{\phi}(t-1) + P(t)\varphi(t-1)\varepsilon(t) \quad (9)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda} \left(P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t-1)\varphi^T(t-1)P(t-1)}{\lambda + \varphi^T(t-1)P(t-1)\varphi(t-1)} \right) \quad (10)$$

onde ϕ , φ , λ e ε são diferentes para os diferentes métodos. Quando há variação na dinâmica do siste-

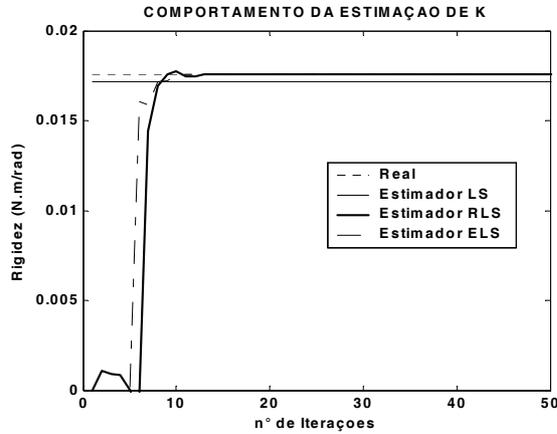


Fig. 6. Rigidez K estimada.

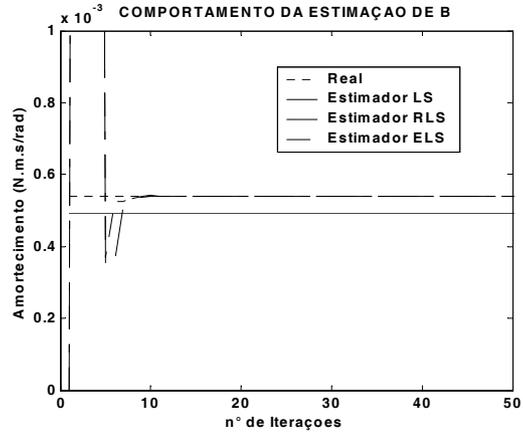


Fig. 7. Amortecimento B estimado.

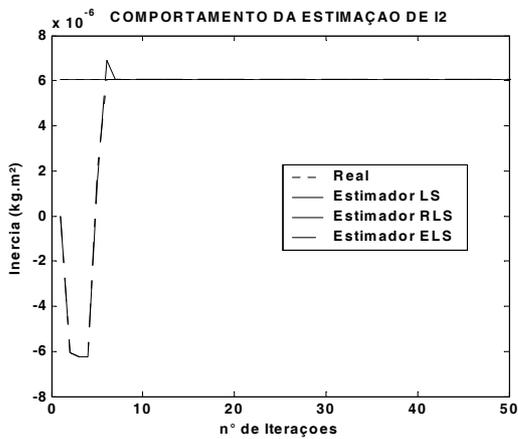


Fig. 8. Inércia I2 estimada.

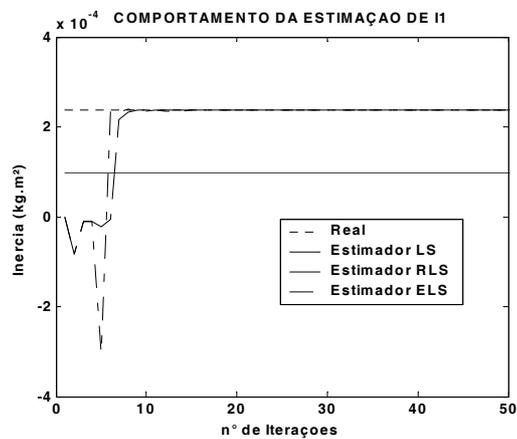


Fig. 9. Inércia I1 estimada.

ma, as observações mais recentes precisam ser mais influentes na estimação dos parâmetros uma vez que elas contêm informação mais atualizada. Logo, neste caso, não basta implementar o estimador de forma recursiva, mas é necessário ponderar de forma diferenciada as observações disponíveis. Esta ponderação diferenciada é atribuída ao fator λ , denominado *fator de esquecimento*, o qual caracteriza o estimador recursivo de mínimos quadrados com fator de esquecimento [11] [13]. A título ilustrativo, deduz-se no Apêndice 2 a forma particular que as equações (9) e (10) assumem no método RLS.

4.3.4. Caso de aplicação

Como caso de aplicação dos métodos de estimação por mínimos quadrados LS, RLS e ELS, começou por se resolver o Problema Direto (Secção 3) que consiste em calcular a resposta do sistema ao sinal de excitação das Figuras 4 e 5 (Secção 4.2), empregando os valores experimentais dos parâmetros do sistema (Tabela 3). Seguidamente, com os dados de resposta do sistema e do sinal de excitação, resolveu-se o Problema Inverso 1, empregando as equações (7), (9) e (10), respectivamente, dos métodos LS e (RLS, ELS), para estimar os parâmetros do sistema. Os resultados são apresentados na Tabela 4 e nas Figuras 6, 7, 8 e 9. Naturalmente, para o cálculo dos erros de estimação tomaram-se como valores de referência (ou reais) os valores dos parâmetros dinâmicos que constam da Tabela 3.

Tabela 4. Valores estimados dos parâmetros.

Parâmetros	Real (unid. SI)	Método LS		Método RLS		Método ELS	
		Estimado	Erro (%)	Estimado	Erro (%)	Estimado	Erro (%)
I_1	2,37e-4	9,750e-5	5,88e+1	2,37e-4	6,22e-9	2,37e-4	6,14e-5
I_2	6,07e-6	6,071e-6	1,04e-5	6,07e-6	3,62e-13	6,07e-6	1,80e-8
B	5,40e-4	4,930e-4	8,618e0	5,40e-4	2,19e-10	5,40e-4	1,55e-5
K	1,76e-2	1,710e-2	2,370e0	1,76e-2	1,304e-8	1,76e-2	2,20e-5

Tabela 5. Valores estimados dos parâmetros modais.

Parâm. modais	Real (unid. SI)	Método LS		Método RLS		Método ELS	
		Estimado	Erro (%)	Estimado	Erro (%)	Estimado	Erro (%)
ω_n	5,4532e+1	5,4834e+1	5,54e-1	5,4532e+1	6,44e-9	5,4532e+1	1,02e-5
ω_d	2,9876e+1	3,3804e+1	1,31e+1	2,9876e+1	2,13e-8	2,9876e+1	1,33e-6
ζ	8,3657e-1	7,8738e-1	5,88e0	8,3657e-1	6,37e-9	8,3657e-1	3,81e-6

4.3.5. Estimação dos parâmetros modais: método e caso de aplicação

Substituindo-se os valores dos parâmetros (reais ou estimados) na matriz de parâmetros A da equação (5), determinam-se os autovalores (complexos conjugados) desta matriz, calculando-se as raízes não nulas da equação característica $|\lambda I - A| = 0$. Obtém-se, assim,

$$\lambda = 1/2 \left\{ -B \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \pm \sqrt{ \left[B \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right]^2 - 4K \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) } \right\} \quad (11)$$

Exprimindo os autovalores nas formulações complexas $-\zeta\omega_n \pm j\omega_d$ ou $-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$, evidencia-se a sua dependência em relação aos parâmetros modais do sistema, ζ , ω_n e ω_d , designados, respectivamente, por: fator de amortecimento, frequência natural e frequência natural amortecida [14]. Assim, é fácil deduzir que $\zeta = (B/2\sqrt{K})\sqrt{(1/I_1+1/I_2)}$ e $\omega_n = \sqrt{K}\sqrt{(1/I_1+1/I_2)}$. A Tabela 5 apresenta os resultados de estimação destes parâmetros.

5. O PROBLEMA INVERSO 2: IDENTIFICAÇÃO DO SINAL DE EXCITAÇÃO

O Problema Inverso 2 consiste em, dados os parâmetros do sistema, (I_1, I_2, K, B) , e a sua resposta em termos dos vetores aceleração, $\ddot{\theta}$, velocidade, $\dot{\theta}$, e deslocamento, θ , determinar o correspondente sinal de excitação, T . É fácil construir um estimador \hat{T} baseado na equação (2) [4].

Como caso de aplicação, empregou-se a mesma metodologia da Secção 4.3.4. Neste caso, a seguir à resolução do Problema Direto, o Problema Inverso 2 foi resolvido empregando os parâmetros do sistema

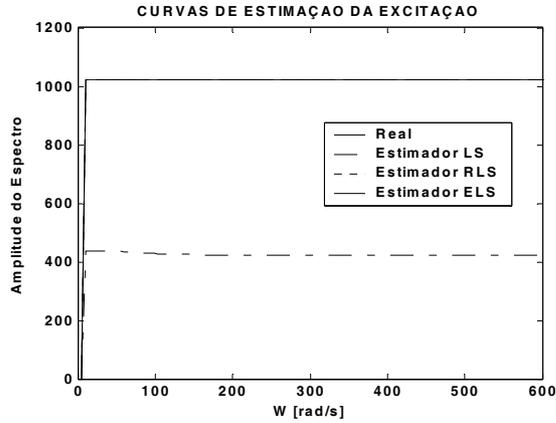


Fig. 10. Estimação da excitação.

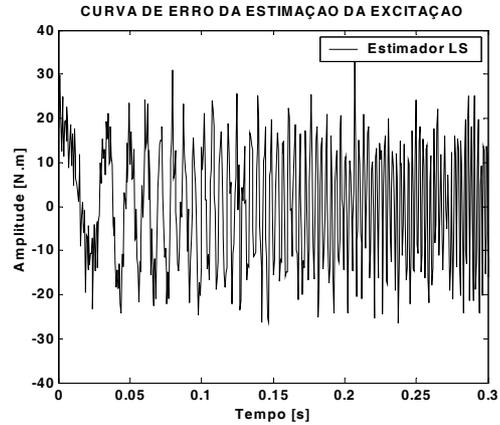


Fig. 11. Erro de estimação – (LS).

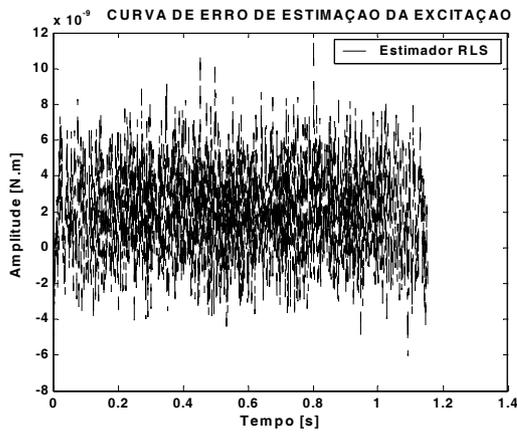


Fig. 12. Erro de estimação – (RLS).

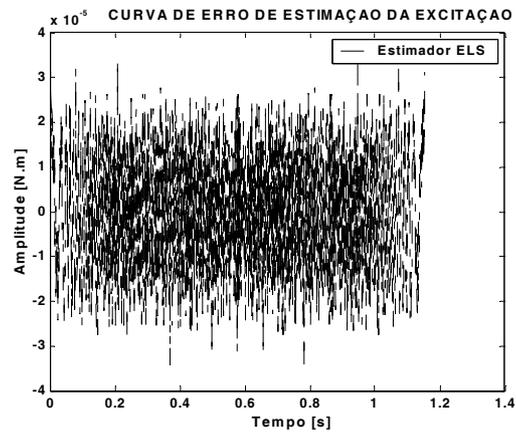


Fig. 13. Erro de estimação – (ELS).

previamente identificados por cada um dos métodos LS, RLS e ELS, pela resolução do Problema Inverso 1 (Tabela 4).

Na Figura 10 mostram-se os espectros de frequência dos sinais de excitação estimados, que podem ser comparados com o do sinal “real” (Figura 5). Nas Figuras 11, 12 e 13 aparecem as evoluções temporais dos respectivos erros em relação ao sinal real, cuja representação no domínio do tempo se mostra na Figura 4.

6. CONCLUSÕES

O modelo dinâmico proposto para um eixo de máquina-ferramenta foi desenvolvido e a resposta a um sinal com adequada característica de excitação persistente foi obtida. Os resultados da simulação em termos de vetores de estado (deslocamento e velocidade) associados com o vetor de entrada, foram aplicados em três técnicas de estimação de parâmetros para o processo de identificação do sistema, bem como, do próprio sinal de entrada. Os resultados apresentados mostram a clara superioridade das técnicas RLS e ELS sobre a técnica LS, do ponto de vista dos erros de estimação, considerando que para esta análise diversas situações foram simuladas. Pode-se observar também uma moderada superioridade do método RLS sobre o método ELS no que se refere aos erros de estimação dos parâmetros dinâmicos do sistema e

do sinal de excitação, embora, nalguns casos, o método ELS tenha uma convergência mais rápida que o método RLS.

Devido ao reduzido valor do erro de estimação de parâmetros apresentado pelos métodos RLS e ELS, associado às conclusões obtidas da literatura [4] [9], observou-se a influência da seleção de um adequado tempo de discretização na performance do método de integração numérica na solução da equação que rege o comportamento dinâmico do sistema. E ainda, este estudo aprovou o método de Newmark para este tipo de aplicação, atentando-se para a reduzida magnitude dos valores dos parâmetros dinâmicos. Em resumo, os métodos de simulação dinâmica e de identificação da mesa propostos neste estudo demonstraram-se eficazes.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M.H. Smith, A.M. Annaswamy, A.H. Slocum, "Adaptive Control Strategies for a Precision Machine Tool Axis", Precision Engineering, pp. 192-206, Vol. 17, (1995).
- [2] G.A.R. Jesus, "Uma Contribuição para o Desenvolvimento e Controle de Sistemas de Posicionamento Submicrométrico", Tese de Doutorado, UFSC, 194 p, Santa Catarina, Brazil (1999).
- [3] X. Mei, M. Tsutsumi, T. Yamazaki, N. Sun, "Study of the Friction Error for a High-Speed Precision Table", International Journal of Machine Tools & Manufacture, pp. 1405-1415, Vol. 41, (2001).
- [4] V. Mariano, "Avaliação de Métodos Numéricos Aplicada a Identificação de Parâmetros e de Perturbações Externas em Sistemas Mecânicos", Dissertação de Mestrado, 140 p, UFPB, C. Grande, Brazil (1998).
- [5] K.J. Bathe, E.L. Wilson, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Ed. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA (1976).
- [6] M.R. Schroeder, "Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation", IEEE Transactions on Information and Theory, pp. 85-89, jan, (1970).
- [7] J.F.L. Nascimento, J.F. da Silva, J.B.A. Silva, V. Mariano, A.F. Garcia, "Identificação do Modelo de um Eixo do Sistema de Posicionamento de uma Máquina de Eletro-Erosão Convencional", XXV CILAMCE (Iberian Latin American Congress on Computational Methods), Recife, Brazil (2004).
- [8] H.B. Lacerda, "Um Controlador de Erros de Contorno para Máquinas CNC de Alta Velocidade", Tese de Doutorado, 151 p, EESC-USP, São Carlos, Brazil (1998).
- [9] N.V. Oliveira, "Conjunção de um Critério Utilizando o Teorema de Nyquist para Simulação Dinâmica de Sistemas Mecânicos", Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru, Brazil (1997).
- [10] R. Sampaio, E. Cataldo, R. Riquelme, "Introdução à Análise e ao Processamento de Sinais Usando Matlab", Laboratório de Vibrações, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brazil, (1998).
- [11] L.A. Aguirre, "Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais", Ed. UFMG, 554 p, Belo Horizonte, Brazil (2000).
- [12] L. Ljung, "System Identification, Theory for the User", Prentice-Hall, New Jersey (1987).
- [13] K.J. Aström, B. Wittenmark, "Adaptive Control", Ed. Addison Wesley, 574 p, 2nd ed., USA (1995).
- [14] L. Meirovitch, "Elements of Vibration Analysis", McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo (1975).

APÊNDICE 1: MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DE NEWMARK

A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente, $\{F\}$ é o vetor força de excitação; $\{\ddot{X}\}$, $\{\dot{X}\}$ e $\{X\}$ são os vetores aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, respectivamente. Para a solução numérica da equação acima o Método de Newmark [5] emprega as seguintes equações,

$$\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{X}^t\} + \left[(1-\delta)\{\ddot{X}^t\} + \delta\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} \right] \Delta t \quad (a)$$

$$\{X^{t+\Delta t}\} = \{X^t\} + \{\dot{X}^t\} \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{X}^t\} + \alpha\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} \right] \Delta t^2 \quad (b)$$

onde α e δ são parâmetros que determinam precisão e estabilidade no processo de integração numérica e Δt é o passo de integração. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$. O sistema de equações de equilíbrio (2) escrito no tempo $t + \Delta t$ fica,

$$[I]\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} + [B]\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} + [K]\{X^{t+\Delta t}\} = \{T^{t+\Delta t}\} \quad (c)$$

Resolvendo a equação (b) para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ em termos de $\{X^{t+\Delta t}\}$, e então substituindo em $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ na equação (a), obtém-se equações para $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$, cada qual em termos unicamente de deslocamentos $\{X^{t+\Delta t}\}$. Estas são depois substituídas na equação (c) para se determinar $\{X^{t+\Delta t}\}$, cujo valor é, finalmente, aplicado nas equações (a) e (b) para fazer a determinação de $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$ e $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\}$. O algoritmo completo do método de integração numérica de Newmark é dado na Tabela (a) para a sua devida implementação em computador.

APÊNDICE 2: MÉTODO RECURSIVO DOS MÍNIMOS QUADRADOS - RLS

Para obter os estimadores do método RLS, a equação (7), do Método Direto de Mínimos Quadrados, será reescrita em uma forma recursiva [10]. Seja $\hat{\phi}(t-1)$ o estimador por mínimos quadrados baseado em $t-1$ medições. Admita que a matriz $A^T A$ é não-singular para todo t . Aqui

Tabela. (a). Solução numérica passo-a-passo usando o Método de Newmark.

A. Cálculos Iniciais:

1. Montar a matriz de rigidez $[K]$, matriz de massa $[M]$ e matriz de amortecimento $[C]$.
2. Inicializar $\{X^0\}$, $\{\dot{X}^0\}$ e $\{\ddot{X}^0\}$.
3. Selecionar o passo de integração, Dt , e os parâmetros numéricos $\alpha = 0.25$ e $\delta = 0.5$. Calcular os coeficientes numéricos auxiliares: $a_0 = \frac{1}{(\alpha\Delta t)^2}$; $a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}$; $a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}$; $a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1$; $a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1$;
 $a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right)$; $a_6 = \Delta t(1 - \delta)$; $a_7 = \delta\Delta t$.

$$4. \text{ Calcular a matriz de rigidez efetiva } [\hat{K}]: [\hat{K}] = [K] + a_0[M] + a_1[C].$$

$$5. \text{ Triangularizar } [\hat{K}]: [\hat{K}] = LDL^T$$

B. Para Cada Intervalo de Tempo:

$$\{\hat{F}^{t+\Delta t}\} = \{F^{t+\Delta t}\} + [M](a_0\{X^t\} + a_2\{\dot{X}^t\} + a_3\{\ddot{X}^t\}) +$$

1. Calcular a força de excitação efetiva no tempo $t + \Delta t$:

$$[C](a_1\{X^t\} + a_4\{\dot{X}^t\} + a_5\{\ddot{X}^t\})$$

2. Resolver para os deslocamentos no tempo $t + \Delta t$: $LDL^T\{X^{t+\Delta t}\} = \{\hat{F}^{t+\Delta t}\}$

3. Calcular as acelerações e velocidades no tempo $t + \Delta t$: $\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\} = a_0(\{X^{t+\Delta t}\} - \{X^t\}) - a_2\{\dot{X}^t\} - a_3\{\ddot{X}^t\}$
 $\{\dot{X}^{t+\Delta t}\} = \{\dot{X}^t\} - a_6\{\ddot{X}^t\} - a_7\{\ddot{X}^{t+\Delta t}\}$

$A(t) = [\varphi^T(1) \dots \varphi^T(t)]^T$, com $\varphi \equiv [\theta_1 \ \omega_1 \ \theta_2 \ \omega_2 \ T]^T$. Definindo $P(t)$ como sendo,

$$P(t) = [A^T(t)A(t)]^{-1} = \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right]^{-1} \quad (a)$$

Segue-se que,

$$\begin{aligned} P^{-1}(t) &= A^T(t)A(t) = \sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \\ &= \sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)\varphi^T(i) + \varphi(t)\varphi^T(t) \\ &= P^{-1}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t) \end{aligned} \quad (b)$$

A equação (7) pode ser reescrita como,

$$\hat{\phi} = \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)\varphi^T(i) \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)b(i) \right] = P(t) \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)b(i) \right]$$

O estimador por mínimos quadrados é dado por,

$$\hat{\phi} = P(t) \left[\sum_{i=1}^t \varphi(i)b(i) \right] = P(t) \left[\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)b(i) + \varphi(t)b(t) \right] \quad (c)$$

Segue-se das equações (b) e (c) que,

$$\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i)b(i) = P^{-1}(t-1)\hat{\phi}(t-1) = P^{-1}(t)\hat{\phi}(t-1) - \varphi(t)\varphi^T(t)\hat{\phi}(t-1)$$

A estimação no tempo t pode agora ser reescrita como,

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(t) &= \hat{\phi}(t-1) - P(t)\varphi(t)\varphi^T(t)\hat{\phi}(t-1) + P(t)\varphi(t)b(t) \\ &= \hat{\phi}(t-1) + P(t)\varphi(t) \left[b(t) - \varphi^T(t)\hat{\phi}(t-1) \right] \\ &= \hat{\phi}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \end{aligned}$$

em que,

$$\begin{aligned} K(t) &= P(t)\varphi(t) \\ \varepsilon(t) &= b(t) - \varphi^T(t)\hat{\phi}(t-1) \end{aligned}$$

O resíduo $\varepsilon(t)$ pode ser interpretado como o erro na predição do sinal $b(t)$ um passo a frente baseado sobre a estimação $\hat{\phi}(t-1)$. Deve-se agora derivar uma equação recursiva para $P(t)$. Para isto, o seguinte Lema é empregado,

Lema: Sejam X, Y , e $Y^{-1} + ZX^{-1}W$ matrizes quadradas não singulares. Prova-se que $X + WYZ$ é invertível e

$$(X + WYZ)^{-1} = X^{-1} - X^{-1}W(Y^{-1} + ZX^{-1}W)^{-1}ZX^{-1}$$

Aplicando o Lema acima para $P(t)$, fazendo $X \equiv P(t-1)^{-1}$, $Y \equiv I$, $W \equiv \varphi(t)$ e $Z \equiv \varphi^T(t)$, e usando a equação (b), tem-se que,

$$\begin{aligned}
P(t) &= \left[A^T(t)A(t) \right]^{-1} = \left[A^T(t-1)A(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \\
&= \left(P(t-1)^{-1} + \varphi(t)\varphi^T(t) \right)^{-1} \\
&= P(t-1) - P(t-1)\varphi(t) \left[I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t) \right]^{-1} \varphi^T(t)P(t-1)
\end{aligned}$$

Portanto, pode-se concluir que,

$$K(t) = P(t)\varphi(t) = P(t-1)\varphi(t) \left[I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t) \right]^{-1}$$

Fica assim provado o seguinte,

Teorema: Admita que a matriz $A(t)$ tem posto completo, ou seja, $A^T(t)A(t)$ é não singular, para todo $t \geq t_0$. Sendo dados $\hat{\phi}(t_0)$ e $P(t_0) = \left[A^T(t_0)A(t_0) \right]^{-1}$, o estimador por mínimos quadrados do método RLS para o instante t , $\hat{\phi}(t)$, satisfaz as equações recursivas,

$$\hat{\phi}(t) = \hat{\phi}(t-1) + K(t) \left[b(t) - \varphi^T(t)\hat{\phi}(t-1) \right] \quad (d)$$

$$K(t) = P(t)\varphi(t) = P(t-1)\varphi(t) \left[I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t) \right]^{-1} \quad (e)$$

$$\begin{aligned}
P(t) &= P(t-1) - P(t-1)\varphi(t) \left[I + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t) \right]^{-1} \varphi^T(t)P(t-1) \\
&= \left[I - K(t)\varphi^T(t) \right] P(t-1)
\end{aligned} \quad (f)$$

Na verdade, as equações (d) e (f) representam o caso particular das equações genéricas (9) e (10) em que ocorre as seguintes substituições: $\varphi(t-1)$ por $\varphi(t)$, $\varphi^T(t-1)$ por $\varphi^T(t)$ e $\lambda=1$.

DYNAMICS SIMULATION AND PARAMETERS IDENTIFICATION IN A XY TABLE OF MACHINE-TOOL

Abstract – The proposal from this work is to model, to simulate the dynamics and to estimate the parameters of a XY table applied in conventional machine-tool to allow the control using adaptive strategies. For this, the dynamic model will be simulated through the Newmark method and the estimate of the parameters, modal parameters and excitation signal of the model will be developed by three methods: least squares (LS), recursive least squares (RLS) and extended least squares (ELS) for analysis effect and comparison of the performance from the estimation results.

Keywords – Identification, machine tool, dynamic modelling, numerical method.