

RESÚMENES DE TESIS DOCTORALES

INESTABILIDADES Y FORMACIÓN DE PATRONES EN FLUJOS CONFINADOS CON ROTACIÓN DE LAS PAREDES: ESTUDIO DE LOS EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO Y DEL CONFINAMIENTO

José Joaquín Sánchez Álvarez. *Autor*

Emilia Crespo del Arco. *Directora*

Departamento de Física Fundamental

Fecha de lectura: 14 de julio de 2008

Calificación: Sobresaliente cum laude

Los fenómenos de convección térmica están presentes en numerosos procesos industriales, así como en muchos problemas relacionados con la dinámica de fluidos geofísicos, en astrofísica y en el estudio de inestabilidades. El conocimiento de los mecanismos físicos, de las condiciones en las que se inicia la convección y de la dinámica espacio-temporal constituye la base para comprender la dinámica de los océanos, atmósferas estelares y planetarias y, en particular, la atmósfera terrestre. Basándose en la convección de Rayleigh-Bénard se han desarrollado también numerosas ideas sobre la formación de estructuras espaciales en sistemas fuera del equilibrio, de manera que este sistema se ha convertido en un ejemplo canónico de ese tipo de estudios. En este trabajo se aborda el problema de la convección de Rayleigh-Bénard con rotación en cavidades cilíndricas, utilizando para ello simulación numérica directa y métodos asintóticos basados en la linearización de las ecuaciones. Se ha analizado el efecto del confinamiento y de la presencia de un campo magnético externo.

La convección térmica en una capa de fluido horizontal calentada por abajo, convección de Rayleigh-Bénard (RBC, su acrónimo en inglés), ha sido el objeto de numerosos estudios de investigación básica y aplicada en los últimos 50 años. Chandrasekhar a mediados del siglo pasado aplicó el análisis de estabilidad lineal al problema de RBC bajo la aproximación de Oberbeck-Boussinesq, considerando distintas condiciones de contorno en las superficies horizontales, así como los efec-

tos que produce la rotación, la presencia de un campo magnético externo, o ambos conjuntamente. Su libro *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Chandrasekhar, 1961) es uno de los más referenciados sobre este tema. En él se exponen las bases y los principales resultados del análisis lineal de la RBC.

En el artículo de revisión de Cross & Hohenberg (1993) se exponen los trabajos y resultados relevantes en sistemas como RBC y otros, que han sido paradigmáticos en el estudio de la formación de estructuras fuera del equilibrio.

La fenomenología de la RBC se enriquece cuando se añaden al sistema nuevas fuerzas, como, por ejemplo, la fuerza de Coriolis al hacer rotar el sistema alrededor de un eje vertical, o la fuerza de Lorentz al imponer un campo magnético externo que interacciona con el fluido en movimiento si este tiene cierta conductividad eléctrica. En el último caso, la interacción entre el fluido conductor y el campo magnético es doble: (i) al atravesar el fluido conductor las líneas de campo se generan corrientes eléctricas con un campo magnético asociado que modifica el ya existente; (ii) cuando un elemento de fluido que transporta cierta corriente eléctrica atraviesa las líneas de campo la fuerza de Lorentz actúa sobre él. Esta doble interacción entre el fluido conductor y el campo magnético abre un interesante escenario rico en fenomenología.

Tanto la rotación alrededor de un eje vertical como la presencia de un campo magnético externo uniforme confieren al fluido cierta rigidez (teorema de Taylor-Proudman) y, al mismo tiempo, ciertas propiedades de elasticidad. Si los dos efectos actúan por separado inhiben el comienzo de la convección. Sin embargo, si actúan conjuntamente tienen efectos contrapuestos. Recientemente (Houchens *et al.* (2002) y Busse (2008)) se ha descubierto que tanto la rotación como el campo magnético tienen también el mismo efecto sobre la presencia de una pared vertical: en ambos casos la pared desestabiliza el sistema.

Los principales métodos teóricos o estrategias utilizados para el estudio de la RBC son el análisis lineal y débilmente no lineal de las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento del sistema, las ecuaciones de amplitud que describen los patrones observados, las ecuaciones modelo y la simulación numérica. La simulación de un fluido puede llevarse a cabo siguiendo diferentes estrategias. Por ejemplo, se pueden calcular explícitamente ciertas escalas y modelar otras, como en las simulaciones de tipo Large-Eddy, o bien se pueden modelar todas las escalas, obteniendo así ecuaciones de los promedios

temporales, como se hace en las simulaciones de tipo RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). También es posible calcular todas las escalas explícitamente, lo que se conoce como simulación numérica directa (DNS, su acrónimo en inglés). A pesar de que los experimentos deben siempre ser el referente principal, la técnica DNS tiene algunas ventajas sobre éstos, en el sentido de que, una vez que se tiene la solución, toda la información contenida en ella es accesible. Otra ventaja es la posibilidad de controlar los flujos con relativa facilidad, usando diferentes condiciones de contorno o modelos matemáticos, lo que permite comprobar hipótesis sobre determinados mecanismos.

La mayoría de los tratamientos teóricos sobre RBC suponen un sistema de extensión infinita en las dimensiones horizontales. Las predicciones de estos modelos fallan o son incompletas cuando el sistema tiene un tamaño moderado o pequeño. Un ejemplo de ello se encuentra en RBC con rotación. En este sistema los experimentos y modelos teóricos (para sistemas infinitos) proporcionan valores distintos para los exponentes de las leyes de potencias que siguen las escalas características de longitud y tiempo en la inestabilidad de Küppers-Lortz.

Otro ejemplo paradigmático del efecto del confinamiento ocurre en una cavidad en rotación con paredes laterales rígidas. En esta situación aparece un nuevo modo convectivo, en forma de onda viajera pegada a la pared lateral. Este modo ha sido ampliamente estudiado en los últimos años y a pesar de que está bien entendido (Goldstein et al., 1993) aún quedan cuestiones abiertas, algunas de las cuales se tratan en esta tesis, como se detalla más abajo.

En 1998, Bajaj et al. presentaron nuevos resultados experimentales en una cavidad cilíndrica con factor de forma moderado, no predichos por la teoría (ver Figura 1). Se encontró que a partir de cierta velocidad de rotación crítica, el patrón convectivo formado en el interior es celular y usualmente organizado con una coordinación local de cuarto orden. Para un rango significativo de los parámetros las celdas “cristalizan” formando una red cuadrada con un movimiento de rotación. Una de las aportaciones de esta tesis consiste precisamente en haber reproducido, mediante simulación numérica directa, los resultados experimentales de Bajaj et al. (1998), lo que ha permitido profundizar en la descripción del fenómeno.

En esta tesis se presenta un estudio, mediante DNS, del efecto del confinamiento sobre la convección en el interior de una cavidad cilíndrica en rotación, en el mismo rango de pará-

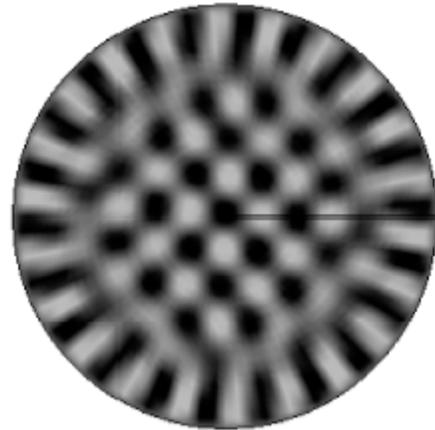


Figura 1. Resultados DNS mostrando un patrón de red cuadrada para $\Lambda = 3$, $\Omega = 274$, $Pr = 6,4$, $\varepsilon = 0,016$, con paredes laterales conductoras.

metros que los experimentos de Bajaj et al. (1998). Los resultados obtenidos representan la primera reproducción mediante DNS de estos experimentos, y han permitido una mejor caracterización del nuevo patrón celular encontrado.

Además, se profundiza en el estudio del modo de pared característico de RBC con rotación y en presencia de paredes laterales rígidas. Empleando el mismo método de resolución numérica que en el capítulo anterior, se estudian dos aspectos del efecto del confinamiento: (i) la interacción entre los dos modos convectivos de pared en un canal estrecho, y (ii) el efecto que la curvatura de la pared lateral del canal tiene sobre la dinámica del sistema. En este caso se ha encontrado un nuevo modo convectivo en forma de onda axisimétrica radial.

Por último se ha realizado un estudio de la influencia de un campo magnético vertical sobre el modo de pared. En presencia del campo magnético, las propiedades eléctricas de la pared lateral entran en el análisis. Linearizando las ecuaciones para las componentes toroidal y poloidal de la velocidad y perturbación de campo magnético, por primera vez se ha encontrado el comportamiento asintótico (para valores grandes de la velocidad de rotación) de los parámetros críticos del modo de pared, en función de las propiedades térmicas y eléctricas de la pared lateral.

Los principales resultados de esta tesis han sido publicados en:

- J.J. Sánchez-Álvarez et al., *Phys. Rev. E*, **72**, 036307 (2008).
- J.J. Sánchez-Álvarez et al., *J. Fluid Mech.*, **600**, 427-443 (2008).