

Enseñanza

TALLER Y LABORATORIO

EXPERIMENTO CASERO

UN ESPECTROSCOPIO CASERO PARA OBSERVAR LAS LÍNEAS DE FRAUNHOFER

INTRODUCCIÓN

La *Espectroscopía* es una técnica fisicoquímica que permite conocer la estructura de los átomos y de las moléculas a partir de las imágenes que se obtienen a través de dos fenómenos ópticos: la refracción de la luz por un prisma o la difracción a través de una red. Estas imágenes se conocen desde la época de Newton con el nombre de espectro («alma») de la luz.

A partir de los espectros de fuentes luminosas (por ejemplo, el Sol, una vela, una lámpara incandescente, un tubo fluorescente, ...) se puede determinar la estructura de los átomos de que están compuestas, es decir, podemos conocer sus niveles atómicos, las energías de dichos niveles, las posibles transiciones, ... Cada átomo tiene un espectro típico que lo identifica como si fuera su código de barras.

Como contribución a la divulgación de la Ciencia en el Año Internacional de la Astronomía, hemos diseñado un sencillo espectroscopio con una rendija estrecha, una lente convergente y una red de difracción, con el que hemos podido observar los espectros de emisión de diversas lámparas (H, He, Na,...) en el laboratorio y las líneas negras de absorción del espectro del Sol, conocidas como líneas de Fraunhofer.

La comparación de las líneas de los espectros de emisión (de colores brillantes) con las líneas negras de los espectros del Sol y de otras estrellas, permite detectar la existencia de los elementos químicos presentes en las atmósferas estelares.

ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Newton, en 1666, utilizando el fenómeno de la refracción en un prisma de vidrio realizó su famoso expe-

rimiento de descomposición de la luz blanca procedente del Sol en colores, a lo que denominó su *espectro* (1). En la Figura 1 puede verse un ejemplo: la luz entra en el prisma por la derecha, se refracta y se refleja en sus caras, y se transmite al exterior, recogándose el espectro sobre una hoja de papel blanco.

En 1814, el físico alemán Fraunhofer observó unas líneas oscuras sobre el espectro del Sol. Estas líneas fueron interpretadas posteriormente, en 1859, por los físicos alemanes Bunsen y Kirchhoff, dando nacimiento a una técnica de análisis de la composición de la materia que ha revolucionado la Ciencia del siglo XX: la *Espectroscopía*. En la Figura 2 se puede ver el dibujo original de Fraunhofer en el que señala las líneas negras más importantes.

Bunsen y Kirchhoff atribuyeron estas líneas a la absorción de la luz solar por los átomos de su atmósfera. La identificación la realizaron asumiendo que cuando los átomos se encuentran en forma de vapor (átomos libres) absorben y emiten luz en las mismas frecuencias. Es decir, cuando en el laboratorio quemamos sodio con el mechero de Bunsen aparece una luz amarilla: *emisión* de su famoso doblete amarillo. Inversamente, si enviamos luz blanca sobre vapor de sodio, éste *absorbe* la radiación amarilla del espectro. Esto es lo que pasa en la atmósfera solar. Existen átomos de sodio que absorben dicha radiación y por ello observamos una línea negra doble en el lugar del espectro solar correspondiente al doblete amarillo. La presencia de esta línea negra nos indica que existe sodio en la atmósfera solar. Lo mismo sucede con muchos otros elementos (hierro, hidrógeno, manganeso, ...).

La Espectroscopía ha seguido desarrollándose espectacularmente a lo largo de todo el siglo XX y las nuevas técnicas de detección nos permiten disponer de espectros muy precisos tanto del Sol, de estrellas muy lejanas,..., como de sustancias en el laboratorio. Un ejemplo es el magnífico espectro visible del Sol proporcionado por la NASA (ver Figura 3). El final de cada fila horizontal empalma con el principio de la fila siguiente y nos proporciona una visión muy amplia del espectro solar con una gran cantidad de líneas negras, líneas que nos permiten identificar los elementos químicos que se encuentran en la atmósfera solar.

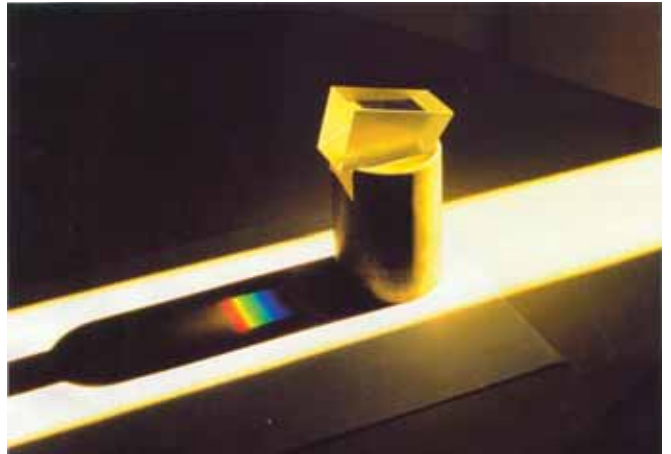


Figura 1. Sir Isaac Newton (1642-1727) y la descomposición de la luz del Sol al atravesar un prisma de vidrio.

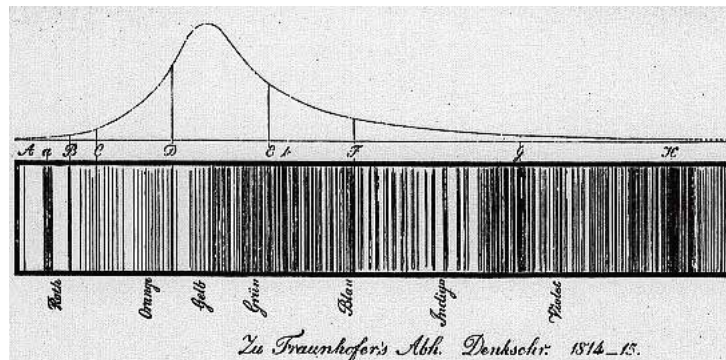


Figura 2. Líneas negras de Fraunhofer (1787-1826).

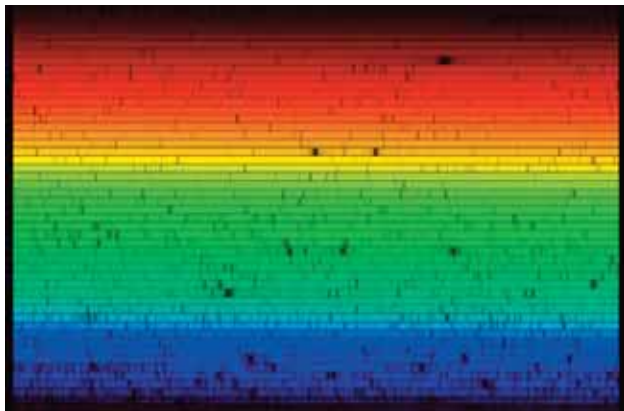


Figura 3. Espectro solar proporcionado por la NASA. Imagen astronómica del 23 de abril de 2006 del Observatorio Solar McMath-Pierce. (<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap060423.html>).

OBTENCIÓN DE ESPECTROS MEDIANTE UNA RED DE DIFRACCIÓN

Una red de difracción está constituida por un número grande de rendijas paralelas (líneas), coplanares, de

anchura muy pequeña, con sus centros alineados. La separación a entre dos rendijas contiguas es constante y mucho mayor que su anchura. A la distancia a se le denomina *constante de la red* (2-3). Las redes utilizadas para el análisis del espectro visible tienen una constante de unas pocas micras (μm).

En la Figura 4 se muestra el esquema de un espectrómetro de red (4). La luz que proviene de la lámpara (Sol, estrella,...) cuyo espectro se quiere estudiar se hace pasar por una rendija limitadora. El observador mira a través de una red, paralela a la rendija de entrada y situada a una distancia D de la misma. En la Figura 5 se indica un ejemplo de lo que se observa a través de la red cuando la fuente luminosa es un tubo de descarga de helio (He).

La parte central del espectro corresponde al *orden cero* de la figura de difracción y es la imagen directa del tubo de descarga. A derecha e izquierda vemos imágenes del tubo en diferentes colores que corresponden al *primer orden de difracción*. Este primer orden contiene las

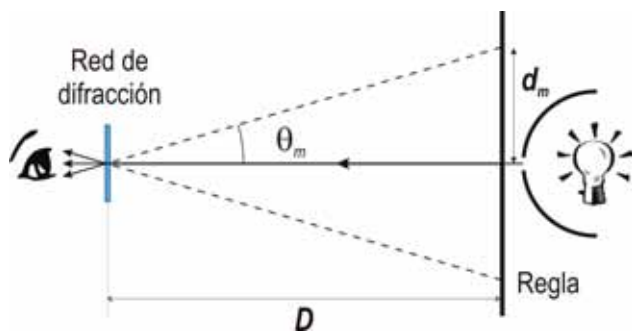


Figura 4. Esquema simplificado de un espectrómetro de red.



Figura 5. Espectro de un tubo de descarga de He obtenido a través de una red.

líneas de emisión del espectro del He separadas unas de otras. Si pudiéramos extender la imagen a derecha e izquierda, observaríamos más *órdenes de difracción* con las mismas líneas, cada vez más separadas entre sí y de menor intensidad. Estos órdenes corresponden a lo que se denomina *máximos principales de difracción*. En la Figura 6 puede verse un esquema de la distribución de intensidad debida a la difracción producida por una red para una sola longitud de onda. Los picos más pronunciados son los máximos principales que representan los órdenes de difracción anteriormente mencionados. Los picos pequeños que aparecen entre medias corresponden a máximos secundarios, cuya intensidad disminuye enormemente cuando aumenta el número N de rendijas iluminadas.

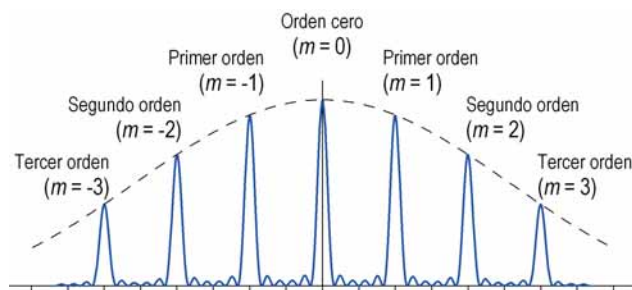


Figura 6. Perfil de la intensidad producida por una red de difracción para luz monocromática (la línea de trazo discontinuo corresponde al perfil de la difracción de una sola rendija de la red).

La teoría de la difracción, basada en el principio de propagación de Huygens-Fresnel, proporciona el perfil de intensidad y las posiciones angulares de sus máximos principales¹. Éstas obedecen a la siguiente expresión:

$$\text{sen } \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad ; \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad [1]$$

donde θ_m es el ángulo de difracción correspondiente al máximo principal de orden m para la longitud de onda λ (ver Figura 4).

En la Tabla I se muestra un ejercicio de aplicación de la difracción producida por una red para cuatro longitudes de onda del espectro visible. Se ha utilizado una red de $a = 3,33 \mu\text{m}$, que corresponde a 300 líneas (rendijas)/mm.

TABLA 1. SEPARACIÓN ANGULAR PARA LOS MÁXIMOS DE ORDEN 1 Y 2

Color	λ (nm)	$\theta_{m=1}$	$\theta_{m=2}$
Azul	430	7,41°	14,95°
Verde	500	8,63°	17,46°
Amarillo	590	10,20°	20,73°
Rojo	650	11,24°	22,95°

En este caso, para una variación de 220 nm en la longitud de onda, hay 4° de variación en el ángulo de difracción en el primer orden y 8° en el segundo. Esta variación es un orden de magnitud mayor que la que se obtiene para el caso de la refracción por un prisma. Sin embargo, hay que señalar que la intensidad que se obtiene a la salida de un prisma es mucho mayor que la que se obtiene con una red de difracción. Dependiendo del espectro concreto a estudiar, se utiliza un dispositivo de prisma o de red.

Por otra parte, para poder separar líneas muy próximas, como por ejemplo el doblete amarillo del sodio, debemos tener en cuenta el *poder de resolución* de los dispositivos. El poder de resolución R está definido como el cociente entre la longitud de onda λ y la diferencia mínima $\Delta\lambda_{\text{min}}$ entre longitudes de onda que pueden ser separadas, que en el caso de las redes está relacionado con el orden m de difracción y el número N de rendijas iluminadas:

¹ Los interesados en el desarrollo matemático del fenómeno de la difracción de la luz pueden consultar, por ejemplo, el libro «Óptica» de E. Hecht. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana, 2000.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} = mN \quad [2]$$

Con el mismo número N de rendijas iluminadas, cuando aumenta el orden m de difracción disminuye la separación mínima $\Delta\lambda_{\min}$ que se puede resolver. Ahora bien, como disminuye la intensidad al aumentar m , es necesario buscar un equilibrio entre el aumento del poder de resolución (efecto que favorece la observación) y la disminución de la intensidad (efecto que la limita).

Con ayuda de una cámara digital y colocando justo delante de su objetivo una red de difracción de unas 500 líneas/mm se pueden obtener los espectros del Sol, de la Luna y, con ayuda de un telescopio, de Júpiter, Marte, ... En la Figura 7 se encuentran los espectros del Sol y de la Luna. Como puede verse, ambos espectros son similares, lo que quiere decir que se trata de la misma fuente luminosa. La Luna refleja esencialmente la luz que le llega del Sol, no tiene luz propia. (Si se logran obtener espectros de los planetas, se puede comprobar que son similares al del Sol.) En estas imágenes no se observan las líneas negras de Fraunhofer porque el poder de resolución del sistema de detección no es suficiente para esta observación.



Figura 7. Espectros del Sol y de la Luna, obtenidos con una cámara digital y una red de difracción de 500 líneas/mm.

DESCRIPCIÓN DE NUESTRO ESPECTROSCOPIO

En un extremo de un tubo cilíndrico² hemos colocado una rendija estrecha (de aproximadamente 0,2 mm), construida con dos hojas de afeitar yuxtapuestas montadas sobre el marco de una diapositiva (ver Figura 8).

² Nosotros hemos utilizado como tubo el de un telescopio (despiezado) de montura azimutal (horizontal), de fácil y barata adquisición en centros comerciales en época navideña. Nuestro tubo ha sido adquirido como un resto incompleto por 1 €.

A continuación se coloca una lente convergente de 35 cm de distancia focal, con su plano focal objeto sobre el plano de la rendija. De esta manera, toda la luz que entra en el tubo por la rendija, se difracta y, después de atravesar la lente, sale paralela al eje del sistema.



Figura 8. Fotografía de la rendija de entrada utilizada en nuestro espectroscopio.

Tras la lente, una red de unas 500 líneas/mm recoge la luz que incide sobre ella perpendicularmente y produce el fenómeno de la difracción (ver Figura 9). Como todos los rayos (luz blanca) inciden con el mismo ángulo sobre la red, todos los rayos difractados de la misma longitud de onda (mismo color) salen paralelos. Si acercamos nuestro ojo a la red, vemos a derecha y a izquierda los órdenes de difracción que caracterizan los espectros así obtenidos. La lente convergente de nuestro cristalino forma parte del sistema óptico: todos los rayos que llegan a él paralelos alcanzan un mismo punto en la retina (ver de nuevo el esquema de la Figura 9). En la Figura 10 puede verse el espectroscopio montado con una lámpara.

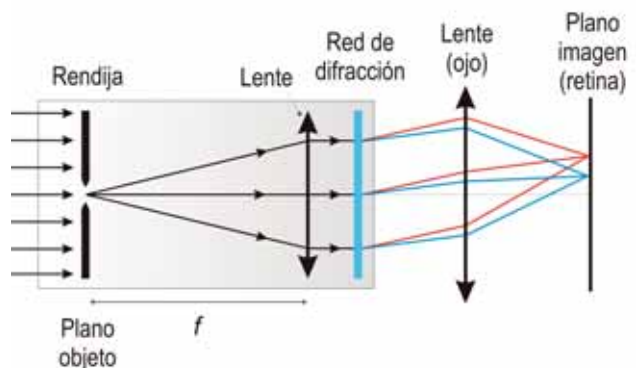


Figura 9. Esquema de nuestro espectroscopio.



Figura 10. Espectroscopio de fabricación casera.

Para poder determinar las longitudes de onda de las líneas espectrales lo primero que tenemos que conocer es la anchura de la rendija de entrada y el número de líneas por unidad de longitud de la red. En el apartado siguiente indicamos cómo se pueden abordar estas determinaciones, lo que constituye el calibrado del espectroscopio.

CALIBRADO DEL ESPECTROSCOPIO

Determinación de la anchura de su rendija de entrada

Para determinar la anchura b de la rendija disponemos de un pequeño láser de He-Ne rojo, de longitud de onda perfectamente conocida ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$), y procedemos como se indica en la Figura 11 [5].

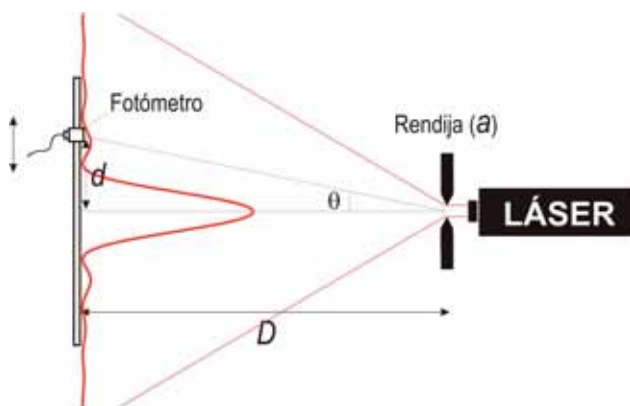


Figura 11. Esquema del montaje experimental para la determinación de la anchura b de la rendija de entrada del espectroscopio.

Sobre la rendija incide perpendicularmente el rayo láser y se recoge el espectro de difracción que se muestra en la Figura 12 sobre una pantalla situada a una distancia D de la misma.

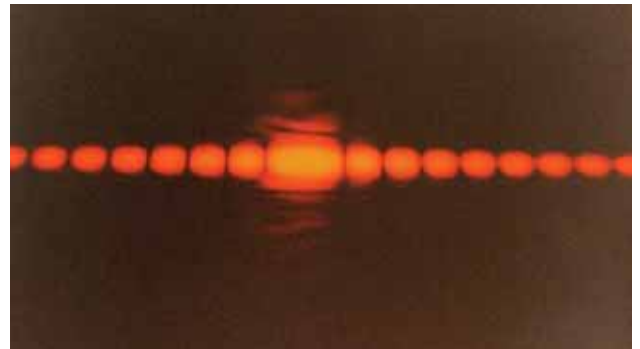


Figura 12. Espectro de difracción producido por una rendija de anchura b .

Los mínimos de difracción de orden m aparecen a distancias d_m que cumplen las siguientes relaciones³:

$$\text{sen } \theta_m = m \frac{\lambda}{b} \Rightarrow b = m \frac{\lambda}{\text{sen } \theta_m} \quad [3]$$

De la geometría de la Figura 11 se deduce el valor del $\text{sen } \theta_m$:

$$\text{sen } \theta_m = m \frac{d_m}{\sqrt{D^2 + d_m^2}} \Rightarrow b = m \lambda \frac{\sqrt{D^2 + d_m^2}}{d_m} \quad [4]$$

Para $m = 1$, tenemos:

$$b = \lambda \frac{\sqrt{D^2 + d_1^2}}{d_1} \quad [5]$$

En nuestro caso, $D = 1 \text{ m}$, $d_1 = 3,16 \text{ mm}$ y $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, con lo que la anchura b de la rendija resulta ser de $200 \mu\text{m}$. Además, para garantizar el paralelismo de los bordes de la rendija, como su altura es de unos 2 cm , debe hacerse esta determinación a varias alturas (arriba, en medio y abajo) para corregir el posible defecto.

Determinación del número de líneas por milímetro de la red de difracción

En el mismo montaje de la Figura 11, se substituye la rendija por la red. Sobre la pantalla se observa el espectro de difracción que se indica en la Figura 13. Los puntos brillantes corresponden a los máximos principales de di-

³ Ver el libro «Óptica» de E. Hecht, anteriormente mencionado.

fracción. Sus distancias d_m al punto central de la pantalla verifican la ecuación [4] donde se sustituye b por a . De la misma manera se calcula a a partir de la geometría del sistema [5]. Para $D = 1$ m, $d_1 = 33,58$ cm y $\lambda = 632,8$ nm, a resulta ser de $1,988 \mu\text{m}$, o lo que es lo mismo, la red tiene 503 líneas/mm.



Figura 13. Espectro de difracción producido por una red.

Determinación del poder de resolución:

Por otra parte, para determinar el *poder de resolución* del espectroscopio necesitamos conocer el número N de rendijas iluminadas, ver ecuación [3]. En nuestro caso particular, para calcular N , número de rendijas iluminadas por el máximo central del espectro de difracción producido por la rendija de entrada, tenemos que tener en cuenta cómo es este espectro. La mancha central tiene la distribución que se indica en la Figura 14. Corresponde a una función sinc^2 .

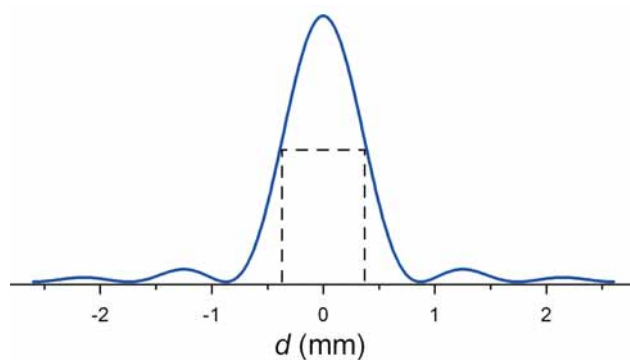


Figura 14. Distribución de intensidad producida por una rendija.

Como no es una función de tipo rectángulo, es decir, la red no recibe la misma intensidad de luz en todos sus puntos, tenemos que elegir un criterio en el que garanticemos que la iluminación de la red es prácticamente uniforme. Entre los posibles criterios hemos elegido el

de tomar en consideración solamente los puntos del máximo central cuya intensidad es igual o superior al 50% del valor máximo. En estas condiciones, la anchura del haz que cumple este requisito es de $0,77$ mm y, por lo tanto, el número N de rendijas iluminadas es de 385. Substituyendo este valor en la ecuación [3], el poder de resolución de nuestro espectroscopio de red en el primer orden de difracción ($m = 1$) resulta ser de 385. Es decir, para $\lambda = 500$ nm la separación mínima $\Delta\lambda_{\text{min}}$ que podemos resolver es de $1,3$ nm. No podemos resolver el doblete amarillo del sodio, cuyas líneas están separadas $0,6$ nm ($\lambda_1 = 589,0$ nm y $\lambda_2 = 589,6$ nm), pero sí podemos ver líneas espectrales cuya separación en longitudes de onda sea superior al nanometro.

OBTENCIÓN DE ESPECTROS

Además de hacer la observación a simple vista, es conveniente tomar fotografías de los espectros con una cámara digital; es preciso que permita el uso manual de sus funciones (enfoco, apertura, velocidad de obturación, etc...). En nuestro caso hemos utilizado una cámara Nikon Coolpix P90. En la Figura 15 puede verse una composición con los espectros obtenidos para (de arriba abajo) el Sol, un tubo de descarga de hidrógeno, un tubo de helio, otro de sodio y dos láseres de He-Ne, uno rojo ($632,8$ nm) y otro verde ($543,5$ nm).

En la parte izquierda de la figura se han hecho coincidir los órdenes $m = 0$ de todas las fuentes luminosas. En la parte derecha se pueden observar los espectros correspondientes al orden $m = 1$. En el espectro del Sol se observan unas líneas negras, las líneas de Fraunhofer, que se corresponden con algunas líneas de emisión de la serie de Balmer del átomo de hidrógeno (α y β) y con el doblete amarillo del sodio.

Una vez realizadas las fotografías de los espectros observados a través del espectroscopio, se puede llevar a cabo el análisis y posterior interpretación de los mismos. Para ello es preciso el empleo de software de edición y de análisis y procesamiento de imágenes para la obtención de curvas de intensidad a lo largo de cualquier segmento seleccionado. En nuestro caso, hemos utilizado Photoshop para la edición y MatLab para el procesamiento, aunque el empleo de software gratuito es una opción igualmente válida⁴. En la Figura 16 hemos repre-

⁴ Otros programas para el procesamiento de espectros son: SciLab, Visual Spec, SpcAudace, SpIRIS, ...



Figura 15. Espectros del Sol, los tubos de descarga de hidrógeno, helio y sodio y de dos láseres de He-Ne (rojo y verde), obtenidos con una cámara digital y nuestro espectroscopio.

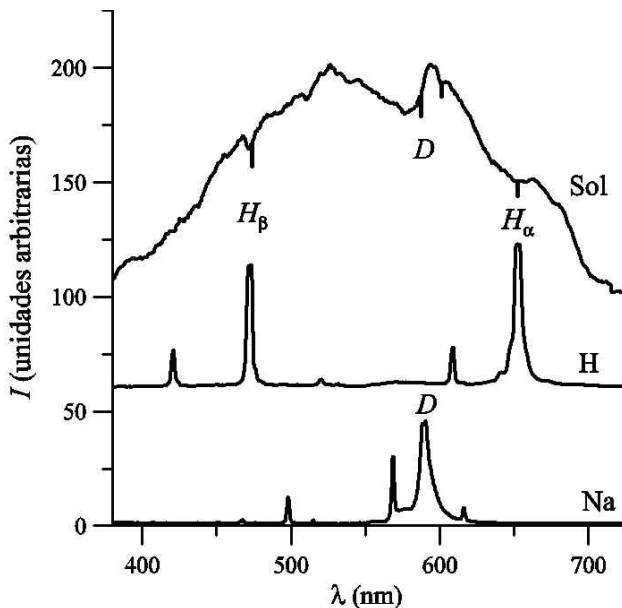


Figura 16. Perfiles de intensidad de los espectros del Sol, del hidrógeno y del sodio.

sentado los perfiles de intensidad de los tres espectros mencionados en el párrafo anterior. Pueden verse las coincidencias de las líneas de absorción (hendiduras) en el espectro del Sol con las líneas de emisión (picos) de los espectros del hidrógeno y del sodio.

ANÁLISIS DE UN EJEMPLO

Una vez caracterizado nuestro espectroscopio y conocido el procedimiento de medida vamos a utilizarlo para determinar las longitudes de onda de las líneas espectrales H_α y H_β de la serie de Balmer del átomo de hidrógeno, a partir de dos longitudes de onda conocidas, por ejemplo, de dos láseres de He-Ne comúnmente utilizados en el laboratorio, uno rojo ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) y otro verde ($\lambda = 543,5 \text{ nm}$).

El procedimiento a seguir es el siguiente: hacemos incidir sobre la rendija de entrada de nuestro espectroscopio simultáneamente la luz procedente de los láseres rojo y verde y de la lámpara de vapor de agua que emite la serie de Balmer del átomo de hidrógeno. Disponemos la cámara digital de manera que podamos recoger el espectro de difracción en el orden $m = 1$ (ver imagen de la Figura 17). Según las ecuaciones [4] y [5], los máximos de primer orden para cada una de las longitudes de onda aparecerán para los siguientes ángulos de difracción:

$$\text{sen } \theta_i = m \frac{\lambda_i}{a} \quad (\text{con } i = 1, 2) \quad [6]$$

donde a es la constante de la red.

A partir de la función seno podemos conocer la tangente del ángulo de difracción, que está relacionada con las distancias l_1 y l_2 de cada línea al centro del espectro y con la distancia D de la red al plano de observación:

$$\text{tg } \theta_i = \frac{l_i}{D} \quad (\text{con } i = 1, 2) \quad [7]$$

Por otra parte, de la fotografía obtenemos la distancia $l_2 - l_1$ entre las líneas espectrales⁵, que podemos relacionar con la distancia D y con las tangentes de los ángulos de difracción de la siguiente manera:

$$l_2 - l_1 = D (\text{tg } \theta_2 - \text{tg } \theta_1) \quad [8]$$

Lo único que desconocemos de esta expresión es la distancia D .⁶ Despejando, obtenemos su valor. Repetimos el proceso con las líneas H_α y H_β de la siguiente manera:

$$l_i - l_1 = D (\text{tg } \theta_i - \text{tg } \theta_1) \Rightarrow \text{tg } \theta_i = \frac{l_i - l_1}{D} + \text{tg } \theta_1$$

(con $i = \alpha, \beta$)

⁵ Para la ampliación concreta de la fotografía utilizada.

⁶ Para la misma ampliación concreta de la fotografía utilizada. Nótese que es necesario disponer de dos longitudes de onda de referencia, porque lo que utilizamos es la distancia entre las líneas y no las distancia de cada línea al centro.

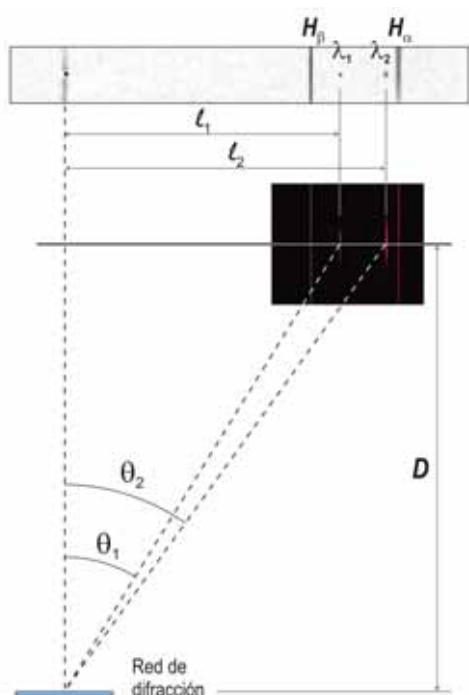


Figura 17. Espectros de primer orden de una lámpara de vapor de agua (líneas H_α y H_β de la serie de Balmer del átomo de hidrógeno) y de dos láseres de He-Ne (rojo y verde).

Conocidas las tangentes de los ángulos de difracción correspondientes a las líneas H_α y H_β determinamos sus respectivos senos, y a partir de ellos, las longitudes de onda buscadas:

$$\lambda_i = a \operatorname{sen} \theta_i \quad (\text{con } i = \alpha, \beta) \quad [10]$$

En el caso que nos ocupa, para determinar con precisión las posiciones de las líneas hemos utilizado el cursor del programa PhotoShop, pero podría utilizarse cualquier otro programa o procedimiento de medida. Los valores obtenidos para las líneas H_α y H_β se muestran en la Tabla II, donde se comparan con los proporcionados en la literatura. Como puede verse, la diferencia es muy pequeña, lo que pone de manifiesto que a pesar de ser el espectroscopio propuesto un dispositivo muy elemental, como conocemos con mucha precisión las longitudes de onda de los láseres utilizados, pueden obtenerse valores muy buenos de magnitudes extremadamente pequeñas como son las longitudes de onda del espectro visible.

TABLA 2. LONGITUDES DE ONDA DE LAS LÍNEAS ESPECTRALES H_α Y H_β DE LA SERIE DE BALMER DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Línea espectral	λ (nm)		(%)
	Determinada	Literatura	
H_α	655,15	656,28	0,2
H_β	484,72	486,13	0,3

CONCLUSIONES

La construcción del espectroscopio, así como los experimentos cualitativos y cuantitativos que proponemos, son de fácil realización y se pueden llevar a cabo desde los primeros cursos universitarios introductorios de Física (4-5).

El espectroscopio es muy versátil, dependiendo del nivel de conocimientos científicos de los estudiantes que lo utilicen. De manera cualitativa, se puede poner en evidencia la importancia de la Espectroscopía en el desarrollo de la Física y de la Química a lo largo del siglo XX. Desde el estudio de los átomos en el laboratorio hasta la identificación de los átomos presentes en las atmósferas estelares, lo que ha permitido asegurar que la vida en la Tierra ha surgido de los materiales estelares.

De manera cuantitativa, se pueden determinar con bastante precisión las longitudes de onda de lámparas espectrales. Sin embargo, la resolución del dispositivo no es suficiente para separar algunos dobletes como, por ejemplo, el doblete amarillo del sodio.

Por último, se puede utilizar como elemento motivador en la enseñanza de la Ciencia: la Espectroscopía ha sido fundamental en el avance de la Astrofísica, pues gracias a sus resultados se han podido determinar el movimiento de las galaxias y de las nebulosas, la constante de Hubble,..., y un largo etcétera.

BIBLIOGRAFÍA

1. Sir Isaac Newton: *Óptica o Tratado de las reflexiones, refracciones, inflexiones y colores de la luz* (Introducción, Traducción, Notas e Índice Analítico de Carlos Solís). Ediciones Alfabeta, S.A., Madrid (1977). ISBN: 84-204-0304-0.
2. E. Hecht: *Óptica*. Capítulos 4 y 10. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A., 3ª edición, Madrid (2000). ISBN: 84-7829-025-7.
3. C. Carreras Béjar, A. Fernández-Rañada, J.J. García-Sanz y M. Yuste Llandres: *Física Básica 2*. Capítulo 18. Alianza Editorial, Serie: El libro de Bolsillo, nº 1823 (Madrid, 1997). ISBN: 84-206-0823-8.
4. C. Carreras y M. Yuste: *Una forma sencilla y natural de iniciar a los estudiantes en la Física Cuántica: obtención y análisis de algunos espectros atómicos*. *Óptica Pura y Aplicada*, 21(2), 167-177 (1988). ISSN: 0030-3917.
5. Carmen Carreras Béjar: *El trabajo experimental en la enseñanza de la Física*. *Revista Española de Física*, 20(2), 53-61 (2006). ISSN: 0213-862X.

Manuel Yuste Llandres, Carmen Carreras Béjar
y Juan Pedro Sánchez-Fernández
Dpto. Física de los Materiales