Man.^la Perotto

2

ARITMÉTICA

CIENTÍFICO-PRÁCTICA,

OBRA APROBADA POR LA COMISION SUPÉRIOR DE INSTRUCCION PRIMARIA DÉ LA PROVINCIA DÉ BARCELONA, RECOMENDADA POR LA MISMA Á LAS COMISIONÉS LOCALES Y PROFÉSORES DE ÉNSÉÑANZA PRIMARIA, Y POR S. M. AL CONSULADO DE LA JUNTA DE COMERCIO.

ESCRITA

PARA EL USO DE LAS ESCUELAS Y UTILIDAD DE LOS JÓVENES QUE SE DEDIQUEN Á LA CARRERA DEL COMERCIO.

POR DON CAYETANO RIERA,

profesor de instruccion primaria con título de escuela superior, de matemáticas, cálculo y teneduria de libros, socio de varias academias científicas, vocal de la comision especial de exámenes de maestros de instruccion primaria de la provincia de Barcelona, etc.

PRIMERA PARTE.

BARCELONA:
IMPRENTA DE JOSÉ TORNER, CALLE DEL REGOMÍ.
AÑO 1845.

609

1 + 1 = 2	4 + 1 = 5	7 + 1 = 8
1 + 2 = 3	4 + 2 = 6	7 + 2 = 9
1 + 3 = 4	4 + 3 = 7	7 + 3 = 10
1 + 4 = 5	4 + 4 = 8	7 + 4 = 11
1 + 5 = 6	4 + 5 = 9	7 + 5 = 12
1 + 6 = 7	4 + 6 = 10	7 + 6 = 13
1 + 7 = 8	4 + 7 = 11	7 + 7 = 14
1 + 8 = 9	4 + 8 = 12	7 + 8 = 15
1 + 9 = 10	4 + 9 = 13	7 + 9 = 16
1 + 10 = 11	4 + 10 = 14	7 + 10 = 17
2 + 1 = 3	5 + 1 = 6	8 + 1 = 9
2 + 2 = 4	5 + 2 = 7	8 + 2 = 10
2 + 3 = 5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11
2 + 4 = 6	5 + 4 = 9	8 + 4 = 12
2 + 5 = 7	5 + 5 = 10	8 + 5 = 13
2 + 6 = 8	5 + 6 = 11	8 + 6 = 14
2 + 7 = 9	5 + 7 = 12	8 + 7 = 15
2 + 8 = 10	5 + 8 = 13	8 + 8 = 16
2 + 9 = 11	5 + 9 = 14	8 + 9 = 17
2 + 10 = 12	5 + 10 = 15	8 + 10 = 18
3 + 1 = 4	6 + 1 = 7	9 + 1 = 10
3 + 2 = 5	6 + 2 = 8	9 + 2 = 11
3 + 3 = 6	6 + 3 = 9	9 + 3 = 12
3 + 4 = 7	6 + 4 = 10	9 + 4 = 13
3 + 5 = 8	6 + 5 = 11	9 + 5 = 14
3 + 6 = 9	6 + 6 = 12	9 + 6 = 15
3 + 7 = 10	6 + 7 = 13	9 + 7 = 16
3 + 8 = 11	6 + 8 = 14	9 + 8 = 17
3 + 9 = 12	6 + 9 = 15	9 + 9 = 18
3 + 10 = 13	6 + 10 = 16	9 + 10 = 19

4 4

De 1 á 1 va nada.	De 4 á 4 va nada.	De 7 á 7 va nada.
1...2 » 1	4...5 » 1	7...8 » 1
1...3 » 2	4...6 » 2	7...9 » 2
1...4 » 3	4...7 » 3	7.10 » 3
1...5 » 4	4..8 » 4	7.11 » 4
1...6 » 5	4..9 » 5	7.12 » 5
1...7 » 6	4.10 » 6	7.13 » 6
1...8 » 7	4.11 » 7	7.14 » 7
1...9 » 8	4.12 » 8	7.15 » 8
1.10 » 9	4.13 » 9	7.16 » 9

De 2 á 2 va nada.	De 5 á 5 va nada.	De 8 á 8 va nada.
2...3 » 1	5...6 » 1	8...9 » 1
2...4 » 2	5...7 » 2	8.10 » 2
2...5 » 3	5...8 » 3	8.11 » 3
2...6 » 4	5...9 » 4	8.12 » 4
2...7 » 5	5.10 » 5	8.13 » 5
2...8 » 6	5.11 » 6	8.14 » 6
2...9 » 7	5.12 » 7	8.15 » 7
2.10 » 8	5.13 » 8	8.16 » 8
2.11 » 9	5.14 » 9	8.17 » 9

De 3 á 3 va nada.	De 6 á 6 va nada.	De 9 á 9 va nada.
3...4 » 1	6...7 » 1	9.10 » 1
3...5 » 2	6...8 » 2	9.11 » 2
3...6 » 3	6...9 » 3	9.12 » 3
3...7 » 4	6.10 » 4	9.13 » 4
3...8 » 5	6.11 » 5	9.14 » 5
3..9 » 6	6.12 » 6	9.15 » 6
3.10 » 7	6.13 » 7	9.16 » 7
3.11 » 8	6.14 » 8	9.17 » 8
3.12 » 9	6.15 » 9	0.18 » 0

2 x 1 = 2
2 x 2 = 4
2 x 3 = 6
2 x 4 = 8
2 x 5 = 10
2 x 6 = 12
2 x 7 = 14
2 x 8 = 16
2 x 9 = 18
2 x 10 = 20
2 x 11 = 22
2 x 12 = 24
2 x 13 = 26
2 x 14 = 28
2 x 15 = 30
2 x 16 = 32
2 x 17 = 34
2 x 18 = 36
2 x 19 = 38

3 x 3 = 9
3 x 4 = 12
3 x 5 = 15
3 x 6 = 18
3 x 7 = 21
3 x 8 = 24
3 x 9 = 27
3 x 10 = 30
3 x 11 = 33
3 x 12 = 36
3 x 13 = 39
3 x 14 = 42
3 x 15 = 45
3 x 16 = 48
3 x 17 = 51
3 x 18 = 54
3 x 19 = 57

4 x 4 = 16
4 x 5 = 20
4 x 6 = 24
4 x 7 = 28
4 x 8 = 32
4 x 9 = 36
4 x 10 = 40
4 x 11 = 44
4 x 12 = 48
4 x 13 = 52
4 x 14 = 56
4 x 15 = 60
4 x 16 = 64
4 x 17 = 68
4 x 18 = 72
4 x 19 = 76

5 x 5 = 25
5 x 6 = 30
5 x 7 = 35
5 x 8 = 40
5 x 9 = 45
5 x 10 = 50
5 x 11 = 55
5 x 12 = 60
5 x 13 = 65
5 x 14 = 70
5 x 15 = 75
5 x 16 = 80
5 x 17 = 85
5 x 18 = 90
5 x 19 = 95

6 x 6 = 36
6 x 7 = 42
6 x 8 = 48
6 x 9 = 54
6 x 10 = 60
6 x 11 = 66
6 x 12 = 72
6 x 13 = 78
6 x 14 = 84
6 x 15 = 90
6 x 16 = 96
6 x 17 = 102
6 x 18 = 108
6 x 19 = 114

7 x 7 = 49
7 x 8 = 56
7 x 9 = 63
7 x 10 = 70
7 x 11 = 77
7 x 12 = 84
7 x 13 = 91
7 x 14 = 98

7 x 15 = 105
7 x 16 = 112
7 x 17 = 119
7 x 18 = 126
7 x 19 = 133

8 x 8 = 64
8 x 9 = 72
8 x 10 = 80
8 x 11 = 88

8 x 12 = 96
8 x 13 = 104
8 x 14 = 112
8 x 15 = 120
8 x 16 = 128
8 x 17 = 136
8 x 18 = 144
8 x 19 = 152

9 x 9 = 81

9 x 10 = 90
9 x 11 = 99
9 x 12 = 108
9 x 13 = 117
9 x 14 = 126
9 x 15 = 135
9 x 16 = 144
9 x 17 = 153
9 x 18 = 162
9 x 19 = 171

TABLA DE PARTIR.

La $\frac{1}{2}$ de 2 es 1
,... 4 » 2
,... 6 » 3
,... 8 » 4
,...10 » 5
,...12 » 6
,...14 » 7
,...16 » 8
,...18 » 9

El $\frac{1}{3}$ de 3 es 1
,... 6 » 2
,... 9 » 3
,...12 » 4
,...15 » 5
,...18 » 6
,...21 » 7
,...24 » 8
,...27 » 9

El $\frac{1}{4}$ de 4 es 1
,... 8 » 2
,...12 » 3
,...16 » 4
,...20 » 5
,...24 » 6
,...28 » 7
,...32 » 8
,...36 » 9

El $\frac{1}{5}$ de 5 es 1
,...10 » 2
,...15 » 3
,...20 » 4
,...25 » 5
,...30 » 6
,...35 » 7
,...40 » 8
,...45 » 9

El $\frac{1}{6}$ de 6 es 1
,...12 » 2
,...18 » 3
,...24 » 4
,...30 » 5
,...36 » 6
,...42 » 7
,...48 » 8
,...54 » 9

El $\frac{1}{7}$ de 7 es 1
,...14 » 2
,...21 » 3
,...28 » 4
,...35 » 5
,...42 » 6
,...49 » 7
,...56 » 8
,...63 » 9

El $\frac{1}{8}$ de 8 es 1
,...16 » 2
,...24 » 3
,...32 » 4
,...40 » 5
,...48 » 6
,...56 » 7
,...64 » 8
,...72 » 9

El $\frac{1}{11}$ de 11 es 1
,...22 » 2
,...33 » 3
,...44 o 4
,...55 o 5
,...66 » 6
,...77 » 7
,...88 » 8
,...99 » 9

El $\frac{1}{14}$ de 14 es 1
,... 28 ,, 2
,... 42 ,, 3
,... 56 ,, 4
,... 70 ,, 5
,... 84 ,, 6
,... 98 ,, 7
,...112 ,, 8
,...126 ,, 9

El $\frac{1}{9}$ de 9 es 1
,...18 » 2
,...27 » 3
,...36 » 4
,...45 » 5
,...54 » 6
,...63 » 7
,...72 » 8
,...81 » 9

El $\frac{1}{12}$ de 12 es 1
,... 24 » 2
,... 36 » 3
,... 48 » 4
,... 60 » 5
,... 72 » 6
,... 84 » 7
,... 96 » 8
,...108 » 9

El $\frac{1}{15}$ de 15 es 1
,... 30 ,, 2
,... 45 ,, 3
,... 60 ,, 4
,... 75 ,, 5
,... 90 ,, 6
,...105 ,, 7
,...120 ,, 8
,...135 ,, 9

El $\frac{1}{10}$ de 10 es 1
,...20 » 2
,...30 » 3
,...40 » 4
,...50 » 5
,...60 » 6
,...70 » 7
,...80 » 8
,...90 » 9

El $\frac{1}{13}$ de 13 es 1
,... 26 » 2
,... 39 » 3
,... 52 » 4
,... 65 » 5
,... 78 » 6
,... 91 » 7
,...104 » 8
,...117 » 9

El $\frac{1}{16}$ de 16 es 1
,... 32 ,, 2
,... 48 ,, 3
,... 64 ,, 4
,... 80 ,, 5
,... 96 ,, 6
,...112 ,, 7
,...128 ,, 8
,...144 ,, 9

El $\frac{1}{17}$ de 17 es 1	El $\frac{1}{18}$ de 18 es 1	El $\frac{1}{19}$ de 19 es 1
,... 34 « 2	,... 36 « 2	,... 38 « 2
,... 51 « 3	,... 54 « 3	,... 57 « 3
,... 68 « 4	,... 72 « 4	,... 76 « 4
,... 85 « 5	,... 90 « 5	,... 95 « 5
,...102 « 6	,...108 « 6	,...114 « 6
,...119 « 7	,...126 « 7	,...133 « 7
,...136 « 8	,...144 « 8	,...152 « 8
,...153 « 9	,...162 « 9	,...171 « 9

Monedas efectivas de oro, plata y cobre.

El doblon de á ocho vale. . . . . 4 doblones de oro.
El doblon de á cuatro. . . . . 2 doblones de oro.
El doblon de oro. . . . 2 medios doblones ó 4 duros.
El medio doblon . . . . 2 duros.
El duro nuevo de oro ó plata. . . 5 pesetas comunes.
El durillo antiguo. . . . . 21 reales 8 maravedises y $\frac{1}{2}$.
La peseta comun. . . . . 4 reales vellon.
La media peseta comun. . . . . 2 reales vellon.
La peseta colunaria. . . . . 5 reales vellon.
La media peseta colunaria. . . . . 2 $\frac{1}{2}$ reales vellon.
El real de vellon. . . . . 34 maravedises vellon.
La peseta comun . . . . 34 cuartos cobre.
El real de vellon. . . . . 8 $\frac{1}{2}$ cuartos.
El cuarto. . . . . 2 ochavos ó cuatro maravedises.
El ochavo . . . . 2 maravedises.

Monedas provinciales.

Castilla.

Un peso de plata=8 reales plata.

Uu real de plata=16 cuartos, ó 34 mrs. plata.

Un real vellon=34 maravedises vellon, ú 8 $\frac{1}{2}$ cuartos.

Cataluña.

Una libra=10 reales catalanes.

Una libra=20 sueldos.

Un sueldo=12 dineros.
Un real catalan=2 ϑ, ó 9 cuartos corrientes en Cataluña.
Una peseta se toma en Cataluña por 7 ϑ 6, ó por 90 dineros.

Valencia.

Una libra=20 sueldos valencianos.
Un sueldo=12 dineros.

Aragon.

Una libra jaquesa=20 sueldos.
Un sueldo=16 dineros jaqueses.

Navarra.

El real flojo=36 maravedis
El maravedi=2 cornados.

De las pesas.

Castilla.

Un quintal=4 arrobas.
Una arroba=25 libras.
La libra=16 onzas.
La onza=4 cuartos.
El cuarto=4 adarmes.
El adarme=36 granos.
La libra tiene tambien 2 marcos.
El marco tiene 8 onzas.

Cataluña.

Una carga=3 quintales.
El quintal=4 arrobas.
La arroba=26 libras.
La libra=12 onzas.
La onza=4 cuartos.
El cuarto=4 adarmes.
El adarme=36 granos.
Una carnicera tiene 3 libras, ó 36 onzas.

Valencia.

La carga=3 quintales.
El quintal=4 arrobas.
La @ peso grueso=36 lib.
Id. peso sútil=30 libras.
La libra=12 onzas.
La onza=4 cuartos.
El cuarto=4 adarmes.
El adarme=36 granos.

Aragon.

La carga=3 quintales.
El quintal=4 arrobas.
La arroba=36 libras.
La libra=12 onzas.
La onza=4 cuartos.
El cuarto=4 adarmes.
El adarme=32 granos.
La libra de carne ó pescado consta de 36 onzas.

Navarra.

El quintal se divide como en Aragon, y tambien usan el peso castellano.

Mallorca.

Aunque las pesas sean diferentes, pero su division es en todo igual á la de Cataluña.

De las medidas longuitudinales.

Castilla.

La toesa=2 varas.
La vara=4 palmos.
El palmo=12 dedos.
La misma vara=3 pies.
El pie=12 pulgadas.
La pulgada=12 líneas.
La línea=12 puntos.

Cataluña.

La cana=8 palmos.
El palmo=4 cuartos.

Valencia.

La vara=4 palmos.
El palmo=4 cuartos.
El cuarto=3 dedos.

Aragon.

La vara=4 palmos.
El palmo=12 dedos.

Navarra.

La vara=4 cuartas.

Mallorca y Menorca.

La cana=8 palmos.
El palmo=4 cuartos.

Medidas para materias secas.

Castilla.

El caiz=12 fanegas.
La fanega=4 cuartillas.
La cuartilla=3 celemines.
El celemin=4 cuartillos.
El cuartillo=4 ochavos.
El ochavo=4 ochavillos.

Cataluña.

La tonelada=4 cuarteras.
La carga=2 ½ cuarteras.
La cuartera=12 cuartanes
El cuartan=4 picotines.

Valencia.

El caiz=12 barquillas.
La barquilla=4 celemines.
El celemin=4 cuarterones.

Aragon.

El caiz=8 fanegas.
La fanega=3 cuartales.
El cuartal= 4 celemines ó almudes.

Navarra.

El robo=19 almudes.

Mallorca.

La cuartera=6 barcellas. | La barcella=6 almudes.

Medidas para vino y licores.

Castilla.

El moyo=16 cántaras.
La cántara=8 azumbres.
El azumbre=4 cuartillos.
El cuartillo=2 medios.
El medio=2 copas.

Cataluña.

La pipa=4 cargas ó 6 barriles.
La carga=4 barrilones.
El barrilon=32 mitadellas.
La mitadella=4 cuartillos.

Valencia.

La carga=15 cántaros.
El cántaro=4 azumbres.

Aragon.

El nietro ó carga=16 cántaras.

Navarra.

El cántaro=16 pintes.

Medidas para el aceite.

Castilla.

La arroba=4 cuartillas.
La cuartilla=6 $\frac{1}{4}$ libras ó 25 panillas.
La libra=4 panillas.
La panilla=4 onzas.

Cataluña.

La carga=30 cuartanes.
El cuartan=16 cuartas.

Valencia.

La carga=12 cántaros.
El cántaro=4 cuartos.

Aragon.

La arroba=36 libras.
La arrobeta=24 libras.
La libra=12 onzas.

Mallorca.

El odre ó pellejo=12 cuartanes.
El cuartan=9 rótolos.

De la division del tiempo.

Un siglo consta de. . . . . 100 años.
Un año comun. . . . . 12 meses, ó 365 dias.
Un año bisiesto. . . . . 366 dias.
Un dia. . . . . 24 horas.
Una hora. . . . . 4 cuartos, ó 60 minutos.
El minuto. . . . . 60 segundos &c.

Meses del año.

Enero consta de 31 dias. Febrero de 28 dias y en el año bisiesto de 29. Marzo de 31. Abril de 30. Mayo de 31. Junio de 30. Julio de 31. Agosto de 31. Setiembre de 30. Octubre de 31. Noviembre de 30. Diciembre de 31.

Cuatro estaciones.

La Primavera entra á corta diferencia el 21 de Marzo: el Estio el 22 de Jnnio: el Otoño el 23 de Setiembre, y el Invierno el 22 de Diciembre.

Regla para conocer los años bisiestos.

Si tomando $\frac{1}{4}$ del número que indica el año da cero de residuo el año es bisiesto, pero si deja residuo, este indicará si es primero, segundo ó tercero despues de bisiesto.

CAPÍTULO PRIMERO.

LECCION PRIMERA.

Ideas generales estractadas de la introduccion al tratado de matemáticas de D. José Mariano Vallejo.

P. Qué se entiende por cuerpo?

R. Todo lo que es capaz de hacer impresion en nuestros sentidos.

P. Qué son los sentidos?

R. Unos conductores que transmiten á nuestra alma los objetos.

P. Cuantos son los sentidos?

R. Cinco, á saber: el sentido de la vista, del oído, del gusto, del olfato y el del tacto. Los cuatro primeros tienen su asiento en la cabeza, y el último reside en todas las partes del cuerpo.

P. Qué se entiende por sensaciones?

R. Las impresiones que nos causan los cuerpos.

P. Qué cosa es memoria?

R. Una facultad del alma por cuyo medio podemos retener las impresiones que nos causan los objetos, las cuales consideradas como representando los mismos objetos se llaman ideas.

P. De que medio nos valemos para representar las ideas?

R. De las palabras.

P. Como se dividen las ideas?

R. En simples y compuestas. Una idea es simple cuando para dar á conocer el objeto que representa es indispensable presentarle al sentido á que pertenece, como la blancura, picante etc., y compuesta cuando el objeto puede darse á conocer sin esta circunstancia, como una mesa, caballo etc.

P. Qué es idea singular ó individual?

R. La que conviene á un solo objeto como Barcelona.

P. Cuales son las ideas abstractas ó universales?

R. Aquellas que convienen á muchos objetos como ciudad.

P. Qué se debe observar para formar ideas abstractas?

R. Debe observarse solamente aquello en que convienen muchos objetos prescindiendo de todas las demas circunstancias por las que se diferencian unos de otros.

P. Pues que cosa es abstraccion?

R. Una facultad del alma por medio de

la cual concebimos como separadas de los objetos cosas que realmente no lo están.

P. Qué entiende V. por atencion?

R. Una operacion del alma por medio de la cual de muchos objetos que se nos presentan, elejimos uno para examinarle esclusivamente, y haciendo lo mismo con cada uno de los demas, se viene en conocimiento de todos ellos.

P. Y para adquirir ideas perfectas de las cosas de que nos valemos?

R. Del análisis.

P. Qué cosa es análisis?

R. Es cuando para tener una idea perfecta de un objeto se considera dividido ó descompuesto en sus partes para examinarlas separadamente, y ver la relacion que tienen entre sí y con el mismo todo, y se vuelven á juntar otra vez paraque compongan el mismo todo.

P. Segun este principio como la mayor parte de los objetos son compuestos, y para tener ideas de ellos es preciso haberles analizado, no podríamos subdividir las ideas segun el grado mayor ó menor de análisis que se haga?

R. Si señor, las ideas se subdividen en obscuras, confusas, claras y distintas ó perfectas.

P. Sírvase V. darme un ejemplo para comprender cada una de estas especies de ideas.

R. Supongamos que de muchos sujetos que han estado observando un bulto, uno solo se acuerda que era un sólido, habrá analizado muy poco, y la idea que tiene del tal objeto se llama oscura. Otro que ademas se acuerda que era de algun ser animado habrá analizado mas, y la idea que ha adquirido se llama confusa. Otro que sabe que el bulto era de persona humana habrá analizado mas que los anteriores, y la idea que tiene del objeto se llama clara. Finalmente otro que no solo se acuerda que el bulto era de muger, sino que ha adquirido los datos necesarios para conocerla confundida con otras, ha analizado mas que todos, y la idea que tiene del tal objeto se llama distinta ó perfecta. Nosotros en todos nuestros conocimientos é instruccion debemos procurar siempre adquirir ideas perfectas de las cosas.

P. Qué cosa es comparacion?

R. Es una operacion del alma por medio de la cual despues de haber analizado dos objetos fijamos á un mismo tiempo nuestra atencion en entrambos, para examinar si conviene ó no en aquello que nos proponemos.

P. Qué es juicio?

R. Juicio es cuando despues de haber comparado dos ideas nos convencemos interiormente si convienen ó no; de suerte que el juicio es una operacion del alma por medio de la cual afirmamos ó negamos una cosa de otra.

P. Y proposicion?

R. Proposicion es el juicio espresado con palabras, v. g. cuando decimos: *Dios es justo* sentamos una proposicion por medio de la cual comparamos la justicia con Dios, y nos convencemos que la idea de justicia conviene con el sugeto Dios.

P. De cuantas partes consta la proposicion?

R. De tres, que son: sugeto, cópula y predicado. Sugeto es la cosa de que se habla, predicado es lo que se afirma ó niega del sugeto, y cópula es el verbo que los une. v. g.: en el ejemplo anterior *Dios* es el sugeto, *justo* el predicado, y el verbo *es* la cópula.

P. Qué cosa es raciocinio?

R. Es cuando por la comparacion de dos ideas no podemos averiguar su relacion, y para conseguirlo es preciso compararlas con otra ú otras ideas intermedias.

P. Qué es razonamiento?

R. Razonamiento es cuando espresamos el raciocinio con proposiciones.

P. Como se dividen las proposiciones?

R. En evidentes, ciertas y probables.

P. Cuales son las proposiciones evidentes ó axiomas?

R. Son aquellas cuya verdad es tan clara, que se conoce al momento de pronunciarse.

P. Siente V. algunos ejemplos.

R. 1º Una cosa es igual á ella misma.

2º El todo es igual al conjunto de sus partes.

3º Lo que hagamos con el todo quedará hecho con el conjunto de sus partes; y lo que hagamos en el conjunto de las partes quedará hecho en el todo.

4º El todo es mayor que cualquiera de sus partes, y la parte es menor que el todo.

5º Las cosas iguales á una tercera son iguales entre sí.

P. Cuales son las proposiciones ciertas ó teoremas?

R. Teoremas son ciertas proposiciones que para convencernos de su verdad es preciso compararlas con los axiomas.

P. De cuantas partes consta el teorema?

R. De dos, que son proposicion y demostracion.

P. Qué es demostracion?

R. Demostracion es un razonamiento seguido en que se hace ver que la proposicion enunciada concuerda de tal modo con los principios ciertos ó axiomas, que no deja duda de su verdad.

P. De cuantos modos puede ser la demostracion?

R. De dos, directa é indirecta. La demostracion es directa cuando partiendo del sugeto de la proposicion se manifiesta la verdad que se ha enunciado, é indirecta cuando se hace ver que no se puede verificar ninguna otra cosa mas que lo enunciado en la proposicion.

P. Cuales son las proposiciones probables?

R. Son aquellas que unas veces pueden ser verdaderas, y otras falsas.

P. Qué es definicion?

R. Es una proposicion en que se da una idea clara y distinta de lo que se quiere dar á entender.

P. Qué circunstancias ha de tener la definicion?

R. Debe ser breve, clara y no contener lo definido.

P. Qué cosa es problema?

R. Es una proposicion en que se anuncia que se ha de ejecutar alguna cosa.

P. De cuantas partes consta el problema?

R. De dos que son resolucion y demostracion. En la resolucion se dan las reglas para encontrar lo que se busca, y en la demostracion se hace ver que practicando dichas reglas se llegará á obtener lo que se pedia.

P. Qué cosa es postulado?

R. Es un axioma enunciado en particular, v. g.: decir que un duro es equivalente á 20 rs. es un postulado.

P. Qué es escolio?

R. Es una proposicion en que se esplica ó advierte alguna cosa.

P. Qué es lema?

R. Es una proposicion que sirve de ilustracion ó principio para lo que se va á tratar.

P. Qué es hipótesis?

R. Es una proposicion condicional, que se establece como principio para sacar de él discursos y consecuencias.

P. Qué cosa es ciencia?

R. Es el conjunto de todas las proposiciones ciertas pertenecientes á un asunto.

P. Qué entiende V. por método?

R. Entiendo el órden ó dependencia con que estan enlazadas las proposiciones de una ciencia.

P. Cual es la circunstancia esencial del método?

R. Que se proceda siempre de lo conocido á lo desconocido.

P. Como se divide el método?

R. En sintético ó de composicion, y analítico ó de descomposicion. El método se llama sintético cuando conocidas las partes se ha de venir en conocimiento del todo, y analítico cuando conocido el todo se ha de venir en conocimiento de sus partes para ver la relacion que tienen entre sí, y con el mismo todo.

P. Qué entiende V. por matemáticas?

R. Entiendo las ciencias que tratan de averiguar las relaciones y propiedades de la cantidad.

P. Qué cosa es cantidad?

R. Cantidad es todo lo que puede aumentar y disminuir.

P. Como se divide la cantidad?

R. En discreta y continua. Cantidad discreta es aquella cuyas partes estan separadas como 20 hombres, y continua aquella cuyas partes estan trabadas ó unidas como la superficie de un campo.

P. De que medio se valen los matemáticos para averiguar las relaciones de la cantidad?

R. Como la cantidad es solo susceptible de aumento y disminucion, se sigue que los matemáticos solo pueden hallar sus relaciones espresando, componiendo y descomponiendo las cantidades. Al ejecutar cualquiera de estas operaciones se dice que se calcula.

P. Como se dividen las matemáticas?

R. En puras y mixtas.

P. Cuales son las matemáticas puras?

R. Las que tratan de las cantidades con la mayor abstraccion.

P. Como se dividen las matemáticas puras?

R. En aritmética que trata de la cantidad discreta y numérica, y geometría que considera en abstracto la estension ó cantidad continua, esto es, examina las propiedades de las líneas ó distancias, de las superficies ó caras que terminan los cuerpos, y la estension, capacidad ó espacio que ocupan los cuerpos.

P. Cuales son las matemáticas mixtas?

R. Son las que consideran la cantidad en alguna de las propiedades de los cuerpos.

P. Cuales son los tratados de las matemáticas mixtas?

R. Son tantos como propiedades tienen los cuerpos; y aun una misma propiedad da origen á diferentes tratados, por ejemplo; el movimiento considerado en los cuerpos celestes origina la astronomía, el de los cuerpos terrestres sólidos da origen á la dinámica, y el de los líquidos á la hidráulica.

LECCION 2ª

P. Qué es Aritmética?

R. Es la ciencia que trata de la cantidad espresada con números.

P. Como se divide?

R. En numérica, literal, préctica é indicada.

P. Qué es aritmética numérica?

R. Es aquella que hace sus operaciones con las cifras arábigas.

P. Qué es aritmética literal?

R. Es aquella que en sus cálculos emplea las letras del abecedario.

P. Qué es aritmética práctica?

R. Aquella cuyo objeto es descubrir por medio de alguna operacion práctica los valores de las cantidades que se buscan.

P. Qué es aritmética indicada?

R. Aquella que se contenta solo con indicar por medio de los signos las operaciones que se han de practicar para descubrir el valor de las cantidades que se buscan.

P. Cual es la primera idea que nos debemos formar de la cantidad?

R. La unidad por ser la base y medida de todas las cantidades numéricas.

P. Qué es número?

R. Número es el conjunto de varias unidades de una misma especie consideradas como una sola cantidad, v. g. 20 caballos.

P. Qué es número dígito?

R. Aquel que se espresa con una sola nota ó cifra, como 2.

P. Qué es número entero?

R. Número entero es el que está compuesto de unidades justas, como 24, 148, &c.

P. Qué entiende V. por quebrado?

R. Quebrado es lo que vale menos que la unidad, v. g. media arroba, un tercio de real.

P. Qué es número mixto?

R. Es aquel que ademas de las unidades contiene partes de la unidad, como 2 arrobas y media.

P. Qué es número par, y que es núm. impar?

R. Número par es aquel cuya mitad contiene unidades justas, como 8 cuya mitad es 4; y número ímpar aquel cuya mitad no contiene unidades justas, como 7 cuya mitad es 3 y medio.

P. Qué es número abstracto?

R. Es aquel que no se refiere á ninguna especte, v. g. 12.

P. Qué es número concreto?

R. El que determina la especie, v. g. 12 @.

P. Qué son números denominados?

R. Son aquellos que espresan varias especies subordinadas, ó que las unas sean parte de las otras, como 24 @ 12 libras 6 onzas.

P. Cuantas operaciones se pueden hacer con las cantidades?

R. Como toda cantidad es solo susceptible de aumento y disminucion, se sigue que con ellas solo se pueden hacer dos operaciones que son aumentarlas y disminuirlas, esto es sumar y restar.

P. No se acostumbra hacer con ellas otras operaciones en la aritmética.

R. Si señor: cuando las cantidades que se han de sumar son todas iguales se simplifica la operacion, y entonces la adicion toma el nombre de multiplicacion ; y cuando una misma cantidad se ha de quitar todas las veces que se pueda de otra cantidad, entonces la substraccion toma el nombre de division, y así diremos con lo comun de los aritméticos que las operaciones principales de la aritmética son cinco, á saber: numeracion, sumar, restar, multiplicar y partir.

P. Esplíqueme V. el artificio maravilloso por medio del cual con solas diez notas se pueden espresar todos los números posibles.

R. Este maravilloso artificio consiste en que cada una de estas cifras tiene dos valores, el uno es el valor propio que representa, y el otro es relativamente al lugar que ocupa, sobre lo cual hay que advertir: que principiando por la derecha la primera nota tiene las unidades simples, en la segunda nota cada unidad vale diez, en la tercera ciento, en la cuarta vale mil; de manera que las unidades de la segunda nota valen diez veces mas que las de la primera, las de la tercera nota valen diez veces mas que las de la segunda, y así sucesivamente.

P. Como se gobernará V. pues para leer y notar una cantidad?

R. Empezando por la derecha dividiré el número en porciones de seis en seis guarismos; en la primera separacion pondré un punto, en la segunda dos puntos, en la tercera tres, &c.; despues se divide cada porcion de seis guarismos en dos de á tres con una coma, y se empieza á leer por la izquierda, pronunciando siempre mil donde se encuentre una coma, y donde se halle un punto, dos puntos, tres puntos, &c., se leerá millon, billon, trillon, y luego al fin se pronuncia unidades. Ejecutando esto con el número

357926956802837843058

tendré: 357⁝926,956:802,837.843,058

que se lee, trescientos cincuenta y siete trillones, nuevecientos veinte y seis mil nuevecientos cincuenta y seis billones, ochocientos y dos mil ochocientos treinta y siete millones, ochocientos cuarenta y tres mil cincuenta y ocho unidades. Con respecto á la notacion se empezará por la izquierda, escribiendo las cantidades numéricas á medida que se van dictando, teniendo cuidado de no dejar ningun vacío, esto es, procediendo con órden, por ejemplo, de los trillones á los billones, de estos á los millones; y poniendo ceros en los lugares ó períodos donde no hubiere notas significativas.

P. Para aclarar algunos términos aritméticos sírvase V. decirme, que entiende V. por las palabras dato y resultado?

R. Como para descubrir el valor de una cantidad desconocida es preciso tener otras cantidades conocidas, se llaman datos las cantidades conocidas de una operacion aritmética, y resultado lo que se busca; de donde se infiere que toda operacion aritmética tiene datos y resultado.

P. Qué entiende V. por signos aritméticos?

R. Los signos aritméticos son ciertas señales, que indican las operaciones que se han de practicar para descubrir los valores de las cantidades ocultas ó de los resultados.

P. Paraqué sirve el signo (=)?

R. Este signo que significa *igual* sirve para indicar que la cantidad ó cantidades que hay antes de él son iguales ó valen lo mismo que las cantidades que le siguen, v. g.: 5 *pesetas* = 20 *reales*, donde el signo = manifiesta que tanto valen 5 pesetas como 20 reales vellon.

P. Paraqué sirve este signo (>)?

R. Para espresar que la cantidad que le

precede es mayor que aquella que le sigue v. g.: 1 *cana* > 5 *palmos*.

P. Y el signo (<) *menor* para que sirve?

R. Para indicar que la cantidad que está puesta antes de él es menor que la que va despues, v. g.: 4 *pesetas* < 1 *duro*.

P. Qué significa el signo (+)?

R. Este signo significa *mas*, y es el símbolo de la adicion, de modo que se deben considerar sumadas ó formando un todo las cantidades que une, v. g.: $5+8+7=20$.

P. Y el signo (—) *menos*?

R. Este signo significa *menos*, y es el símbolo de la substraccion, y sirve para indicar que la cantidad que sigue al signo se ha de quitar de aquella que le antecede, v. g.: $9-5=4$; en cuyo ejemplo el signo menos indica que del 9 se ha de quitar el 5, cuya operacion hecha resulta 4.

P. Para que sirve el signo (x)?

R. Este signo que significa *multiplicado por*, sirve para indicar que todas las cantidades que enlaza se han de considerar sucesivamente multiplicadas unas por otras v. g., $6 \times 3 \times 2 = 36$; cuya espresion indica que multiplicando 6 por 3, y el producto que resulta por 2, sale 36.

P. Para que sirven los signos (\ , :, $\div$)?

R. Cada uno de estos signos significa *partido por*, é indica que la cantidad que hay antes del signo se ha de partir por la que va despues, v. g.: $12 \backslash 3 = 4$, $12 : 3 = 4$, $\frac{12}{3} = 4$, cuyas espresiones indican que el cociente que resulta partiendo 12 por 3, es 4.

P. Para que sirven estos signos (:) (: :)?

R. El primero de estos signos significa *es á*, y el segundo *como*, y sirven para hacer la comparacion de igualdad, v. g.: 8:4::6:3, que se lee ocho es á cuatro como seis es á tres, é indican que así como el 8 contiene dos veces el 4, de la misma manera el 6 contiene igualmente dos veces el 3.

Nota. *Es sumamente interesante que los profesores ejerciten á sus discípulos en el manejo de los signos, que es como la escritura del cálculo, proponiéndoles á este fin varios ejemplos como el siguiente.*

Multiplíquese 8 por 4, á este producto agréguese 28, quítese 10 de esta suma, y pártase el todo por 5 y se tendrá:

$$\frac{8 \times 4 + 28 - 10}{5} = \frac{32 + 28 - 10}{5} = \frac{60 - 10}{5} = \frac{50}{5} = 10,$$

y á este tenor pueden proponerse otros ejemplos.

LECCION 3ª

Adicion ó sumar.

P. Qué cosa es sumar?

R. Sumar es buscar una cantidad llamada suma que sea igual á varias cantidades juntas de una misma especie llamadas sumandos.

P. En la regla de sumar cuales son los datos, y cual es el resultado.

R. Los datos son los sumandos ó partidas, y el resultado es la suma.

P. Como se divide la regla de sumar?

R. En simple y compuesta. Sumar simple es cuando los sumandos constan de una sola especie, y compuesto cuando son números denominados.

1. Súmense 6542 con 8704 y 9661.

6542
8704
9661
24907

Operacion. Colóquense los sumandos en colunas arregladas segun sus valores relativos: súmense las unidades, y de cada diez reténgase una para juntarla á las decenas, escribiendo las sobrantes debajo de las unidades; hágase lo mismo con las decenas, y así sucesivamente, y quedará hecha la operacion, como se presenta en la tablilla.

Demostracion. En la suma se reunen todas las unidades, decenas, &c. de los sumandos; luego es igual á todos ellos juntos.

Ejemplos de sumar simple.

2. Pedro me debe 8435 reales, Juan 639 y Antonio 1890. Pregunto cuanto me deben entre los tres? Suma 10964 reales.
3. He recibido de un partido 527 reales, de otro 4860, y de otro 443. Pídese cuantos reales he recibido? He recibido 5830 reales.
4. Á 4 de enero recibí 9285 reales, y á 12 de marzo 9372. Pídese cuanto he recibido? Suma 18657 reales.
5. Un caballero tiene 184637 pesos, su hacienda vale 345601 pesos, y sus alhajas importan 110250 pesos. Pregunto cuantos pesos importa todo? Suma 640488 pesos.
6. Empleé en paños 8308 tt ꝗ, en bayetas 5280 tt ꝗ, en lienzo 954 tt ꝗ y en otros géneros 745 tt ꝗ. Pídese cuanto empleé. Empleé 15287 tt ꝗ.

7. Compré 846 cuarteras de trigo por 4653 ℔, 547 cuarteras por 2388 ℔, y 975 cuarteras por 4873 ℔. Pregunto cuanto trigo compré, y cuanto me costó? Compré 2368 cuarteras de trigo, y me costaros 11914 ℔.

LECCION 4ª

De la substraccion ó restar.

P. Qué cosa es substraccion ó restar?
R. Es buscar la diferencia que hay entre dos cantidades homogéneas.
P. Cuales son los términos de la regla de restar?
R. El subtraendo que es la cantidad que quitamos, y el minuendo que es aquella de que se quita.
P. Y como se llama el resultado de esta operacion?
R. Se llama resta, diferencia ó esceso.
P. Como se divide la regla de restar?
R. En simple que es cuando sus términos constan de una sola especie, y compuesto cuando son números denominados.
8. De 87367004 quítese 67397321.
Operacion. Escríbase el subtraendo debajo

del minuendo y tírese una línea por debajo, de las unidades del minuendo quítense las del subtraendo, y hágase lo mismo con las decenas, centenas &c. añadiendo diez á la nota del minuendo cuando fuere menor que la nota correspondiente del subtraendo, llevando en tal caso uno para juntarlo á la nota inmediata del subtraendo, y quedará concluida la operacion.

Minuendo..	87367004
Subtraendo.	67397321
Diferencia..	19969683

Demostracion. De las unidades, decenas, centenas, &c., del minuendo se han quitado las unidades, decenas, centenas, &c. del subtraendo: luego del minuendo se ha quitado todo el subtraendo.

Ejemplos de restar simple.

9. De 85489 maravedises quítense 52064 y tendrás por diferencia 33425 maravedises.
10. Debia 673480032 reales y he pagado 97304634 reales. Pídese cuantos quedé á deber? Resultado 576175398 reales.
11. Tenia 72428 cuarteras de trigo y he vendido 57347 cuarteras. Pídese cuantas

cuarteras me quedan? Me quedan 15081 cuarteras.

12. En un ejército habia 64730 soldados y de ellos murieron 24892. Pídese cuantos quedaron? Quedaron 39838.

13. Vendí 648 cuarteras de trigo por 30951 reales, pídese habiendo recibido solamente 29563 reales, cuantos me quedan á deber? Me quedan á deber 1388 reales.

14. De un ejército que constaba de 152096 soldados, murieron 32795 y desertaron 19856: pídese cuantos soldados quedaron? Quedaron 99445.

15. En las islas británicas se calculan 12198564 habitantes, y en España 9987778. Pídese cuantos habitantes mas hay en Inglaterra que en España? Hay 2210786 mas de habitantes.

16. En el año 1820 un comerciante ganó 321708 reales, y empleó para gastos de comercio 198764 reales, y para gastos de su casa 213458 rs. Pídese cuanto atrasó el tal comerciante? Atrasó 90514 reales.

17. Un comerciante en el año 1826 ganó 198354 rs. y gastó 65385; otro comerciante en el mismo año gastó 75386 rs. y ganó 99786. Pídese cuanto mas ganó el primero que el segundo? Ganó 108569 rs. mas.

LECCION 5ª

De la multiplicacion.

P. Qué cosa es multiplicar?

R. Multiplicar es repetir tantas veces un número cuantas unidades tiene otro.

P. Cuales son los datos y cual es el resultado de esta operacion?

R. Los datos son la cantidad que multiplicamos que se llama multiplicando, y aquella por la cual se multiplica que es el multiplicador; y el resultado que es la cantidad que se busca se llama producto.

P. Y el multiplicando y multiplicador no tienen tambien otro nombre?

R. Si señor, se llaman tambien factores del producto y pueden ser mas de dos, v. g. $4 \times 3 \times 2 = 24$.

P. Que es lo que se puede inferir de la definicion de multiplicar?

R. Se puede inferir: 1.º Que el producto debe ser siempre de la especie del multiplicando.

2.º Que un número se puede tomar menos de una vez, ó lo que es lo mismo puede tomarse una parte de él. Luego multiplicar un número por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, será tomar la mitad, tercio, ó cuarto de dicho número. Así $6 \times \frac{1}{2} = 3$, $6 \times \frac{1}{3} = 2$, $6 \times \frac{2}{3} = 4$.

P. Qué puede inferirse de esto último?

R. Que un producto cualquiera será mayor, igual ó menor que el multiplicando, segun este se multiplique por otro número mayor, igual ó menor que la unidad.

P. Como se divide la regla de multiplicar?

R. En simple que es cuando los factores son números simples, y compuesto cuando son números denominados.

P. De que sirve en la práctica la regla de multiplicar?

R. Las aplicaciones ó usos principales de la regla de multiplicar son tres: 1ª cuando se quiere hacer á un número un cierto número de veces mayor. 2ª Cuando conocido el valor de la unidad se quiere averiguar lo que valen muchas unidades. 3ª Cuando se han de reducir unidades de cualquiera especie á otras unidades de sus especies inferiores.

18. Buscar un número que sea 34 veces mayor que 3256.

Operacion. Multiplíquese comenzando por la derecha, todo el multiplicando por las unidades del multiplicador y póngase el producto debajo de una línea:

multiplíquese despues todo el multiplicando por las decenas del multiplicador, y póngase el resultado debajo del primer producto en el lugar de las decenas; hágase lo mismo con las centenas, millares, &c. del multiplicador; y sumando despues todos los productos parciales se tendrá el producto total.

3256	multiplicando.
34	multiplicador.
13024	productos parciales
9768	
110704	producto total.

Demostracion. Siguiendo lo prevenido en la operacion se ha multiplicado todo el multiplicando por todas las partes del multiplicador, que son las unidades, decenas, centenas &c.; luego la suma de todos estos productos parciales debe ser el producto total.

Ejemplos de multiplicar simple.

1632	canas.
85	reales.
8160	
13056	
138720	reales.

19. Cuanto importan 1632 canas de paño á razon de 85 reales la cana? Importan 138720 rs.

20. Cuantos maravedises componen 3487 rs. vn?

Multiplíquense los 3487 reales por 34 y el producto 118558 indicará que los referidos reales hacen los maravedises espresados.

3487	reales vellon.
34	maravedises.
13948	
10461	
118558	maravedises.

De algunos casos en los cuales puede simplificarse la regla de multiplicar.

1º Como añadiendo un cero á la derecha de una cantidad numérica las unidades simples se convierten en decenas, las decenas en centenas, las centenas en millares etc., añadiendo dos ceros, las unidades se convierten en centenas, las decenas en millares etc.; se sigue que para multiplicar un número por la unidad con ceros á su derecha bastará añadir á la derecha del número propuesto tantos ceros cuantos hubiere en el multiplicador.

2º Cuando el multiplicando ó multiplicador ó entrambos tuvieren ceros á su derecha se multiplicarán solamente las notas significativas, y despues á la derecha del producto se añadirán tantos ceros cuantos hubiere en los dos factores.

3º Como 25 es $\frac{1}{4}$ de 100 para multiplicar por 25 se añadirán dos ceros al multiplicando y se tomará $\frac{1}{4}$ del resultado. Igualmente siendo 125 la octava parte de 1000, para multiplicar por 125 se añadirán 3 ceros al multiplicando y se tomará $\frac{1}{8}$.

21. Cuantas onzas hacen 372 quintales 3 @ 24 ℔ 8 onzas.

Redúzcanse los quintales á arrobas, estas á libras, y las libras que resulten á onzas, teniendo cuidado de incorporar en cada producto las unidades de especie infe-

372 qs 3 @ 24 ℔ 8 onz.
4
1491 @
26
8970
2982
38790 ℔
12
77588
38790
465488 onz.

4º Como á 9, 99, 999 etc.; no les falta mas que 1 para igualar á 10, 100, 1000, se sigue que para multiplicar por nueves se añadirán á la derecha del multiplicando tantos ceros cuantos fueren los nueves del multiplicador, y del resultado se restará el mismo multiplicando.

Se sigue igualmente que para multiplicar un número por 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 399, etc., se multiplicará por dicho número mas la unidad, esto es por 30, 40, 50 etc., y puesto el producto sobre del multiplicando se restará de él el mismo multiplicando. Se omite poner ejemplos por la suma sencillez que ofrecen estas simplificaciones.

rior que le pertenezcan, y se hallará que la referida cantidad equivale á 465488 onzas.

22. Buscar un número que sea 356 veces mayor que el número 3256. El tal número es 1159136.

23. Cuantos reales importan 748 carneros á razon de 84 reales cada uno? Importan 62832 reales.

24. Cuanto habré de entregar por 648 cargas de vino á 29 pesetas la carga? Habré de entregar 18792 pesetas.

25. Cuantos reales tendrá de renta al año el empleado que cada mes tiene 765 reales? Tendrá 9180 reales al año.

26. Cuantos reales tendrá de renta al año el caballero que diariamente percibe 320 reales? El tal caballero tendrá al año 116800 reales.

27. Cuanto valen 3260 cuarteras de trigo á razon de 60 reales la cuartera? Valen 195600 reales.

28. Cuantas arrobas componen 357 quintales? Componen 1428 arrobas.

29. Cuantas libras son 796 arrobas? Son 20696 libras.

30. Cuantas libras hacen 462 quintales? Hacen 48048 libras.

31. Cuantas onzas componen 256 quintales? Componen 319488 onzas.

32. Cuanto valen 13296 caballos á razon de 976 rs. cada uno? Valen 12976896 rs.

33. Cuanto importan 93263 quintales de cierta mercaduría á razon de 2397 reales el quintal? Importan 223551411 reales.

34. Cual es el producto que resulta multiplicando 6900 por 580? Es 4002000.

35. Multiplicando 752873 por 36042, saldrá por producto 27135048666.

36. Multiplicando 7500324 por 70086 saldrá por producto 525667707864.

37. Qué producto resulta multiplicando 72896000 por 600042? Resulta 43740661632000.

38. Cuantos maravedises hacen 346 reales 24 maravedises? Hacen 11788 mrs.

39. Cuantos dineros hacen 376 ℔ 12 ʃ 4? Hacen 90388 dineros.

40. Cuantas libras componen 72 quintales 2 @ 6 ℔? Componen 7546 libras.

41. Reducir 56 cuarteras 10 cuartanes á picotines, y saldrán 2728 picotines.

42. Cuantos minutos hacen 365 dias 5 horas 48 minutos? Hacen 525948 minutos.

43. Cuantas mitadellas hacen 35 cargas 2 barrilones 20 mitadellas? Hacen 4564 mitads.

LECCION 6ª

De la division.

P. Qué cosa es partir?

R. Partir es dividir un número en partes iguales, ó buscar las veces que una cantidad llamada dividendo contiene á otra de su misma especie llamada divisor.

P. Qué nombre se da al resultado de esta operacion?

R. El resultado de esta operacion se llama cociente, y así el dividendo y divisor son los términos ó datos de la division.

P. Cuando se debe hacer aplicacion de la primera definicion de partir?

R. Dividimos un número en partes iguales en los dos casos siguientes: 1º Cuando se ha de repartir, por ejemplo, entre varias personas un cierto número de cosas. 2º Cuando conocido el valor de muchas unidades se ha de buscar el valor de una.

P. En estos dos casos de que especie será el cociente?

R. Será de la misma especie del dividendo, por ser una parte suya; y el divisor deberá ser considerado como un número abstracto, sirviendo unicamente para manifestar las partes iguales en que se ha de partir el dividendo.

P. Cuando se debe hacer uso de la segunda definicion de partir?

R. Buscamos ordinariamente las veces que un número contiene á otro en los dos casos siguientes: 1º Cuando conociendo el valor perteneciente á muchas unidades y él de la unidad, se debe determinar el número de unidades. 2º Siempre que se hayan de reducir unidades de especie inferior á otras de especie superior.

P. Y en estos dos casos de que especie serán el dividendo y divisor?

R. De una misma, puesto que la cantidad que sirve de unidad de medida, que es el divisor, debe ser de la misma especie de la cantidad que mide, que es el dividendo.

P. Y el cociente de que especie será?

R. En este caso no tendrá denominacion, pero pasará á tomarla por equivalencia ó substitucion.

P. Como se divide la regla de partir?

R. En simple que es aquella cuyos términos constan de una sola especie, y compuesto cuando los términos son números denominados.

4532472 \ 2	
½... 2266236	

44. Pártase el número 4532472 por 2. *Operacion.* Tírese una línea por debajo del número propuesto, y principiando por la izquierda tómese la mitad de la primera cifra; con el residuo y la nota que sigue se formará una cantidad, y se tomará de ella la misma parte, y continuando de este modo hasta llegar á la nota de las unidades simples, quedará concluida la operacion.

Si se hubiese de partir por 3 se tomaria el tercio, si por 4 se tomará el cuarto, si por 5 el quinto, &c.

Demostracion. Siguiendo lo prevenido en la operacion se han partido todas las unidades, decenas, centenas, &c. del dividendo, luego se habrá partido todo el dividendo por el divisor.

45. Partiendo 73264 reales por 3, cuanto tocará á cada uno? Tocará 24421 rs. $\frac{1}{3}$.

46. Partiendo 548972 dineros á 4, cuanto tocará á cana uno? Tocará 137243 dins.

47. Cual es el quinto de 624820 maravedises? Es 1249 64 maravedises.

48. Cual es el sexto de 72464? Es 12077 $\frac{2}{6}$.

49. Seis hombres se han de partir 948192 naranjas. Pídese cuantas tocarán á cada uno? Tocarán 158032 naranjas.

50. Cuanto rinde cada año la casa que en 8 años da 76248 reales? Rinde 9531 reales.

51. Cuanto rinde anualmente la heredad que en 9 años da de renta 124956 reales? Rinde 13884 reales.

Partir por un divisor compuesto de varias notas.

52. Partiendo 52765 naranjas á 21 hombres cuantas tocarán á cada uno?

dividendo 52765	21 divisor.
107	2512 $\frac{13}{21}$ cociente.
.26	
.55	
13 residuo.	

Operacion. Póngase el dividendo á la izquierda, y el divisor á su derecha como aquí parece figurado: tómese de la izquierda del dividendo tantas notas como hubiere en el divisor, y si fueren menores que todo el divisor tómese una nota mas del dividendo. Pártase la primera nota del dividendo por la primera nota del divisor, y multiplicando todo el divisor por el cociente réstese este producto de las notas separadas del dividendo; frente de esta diferencia bájese la nota que sigue en el dividendo, y vuélvase á partir por el divisor: y siguiendo de este modo hasta llegar á la nota de las unidades del dividendo estará concluida la operacion. La demostracion es la misma que la del partir por número díjito.

Ejemplos de partir por escala para facilitar su inteligencia.

53. DIVIDENDO COMUN.

7247140.

Núm 1º Divisores.	Cocientes.	Resid.	Núm. 2º Divisores.	Cocientes.	Resid.
10.......	724714....		11.......	658830....	10.
20.......	362357....		21.......	345101....	19.
30.......	241571....	10.	31.......	233778....	22.
40.......	181178....	20.	41.......	176759....	21.
50.......	144942....	40.	51.......	142100....	40.
60.......	120785....	40.	61.......	118805....	35.
70.......	103530....	40.	71.......	102072....	28.
80.......	90589....	20.	81.......	89470....	70.
90.......	80523....	70.	91.......	79638....	82.

Dividendo comun.

7247140.

Núm. 3º

Divisores.	Cocientes.	Resid.
12	603928	4.
22	329415	10.
32	226473	4.
42	172550	40.
52	139368	4.
62	116889	22.
72	100654	52.
82	88379	62.
92	78773	24.

Núm. 4º

13	557472	4.
23	315093	1.
33	219610	10.
43	168538	6.
53	136738	26.
63	115033	61.
73	99275	65.
83	87314	78.
93	77926	22.

Núm. 5º

Divisores.	Cocientes.	Resid.
14	517652	12.
24	301964	4.
34	213151	6.
44	164707	32.
54	134206	16.
64	113236	36.
74	97934	24.
84	86275	40.
94	77097	22.

Núm. 6º

15	483142	10.
25	289885	15.
35	207061	5.
45	161047	25.
55	131766	10.
65	111494	30.
75	96628	40.
85	85260	40.
95	76285	65.

Dividendo comun.

7247140.

Núm. 7º

Divisores.	Cocientes.	Resid.
16.......	452946....	4.
26.......	278736....	4.
36.......	201309....	16.
46.......	157546....	24.
56.......	129413....	12.
66.......	109805....	10.
76.......	95357....	8.
86.......	84269....	6.
96.......	75491....	4.

Núm. 9º

Divisores.	Cocientes.	Resid.
18.......	402618....	16.
28.......	258826....	12.
38.......	190714....	8.
48.......	150982....	4.
58.......	124950....	40.
68.......	106575....	40.
78.......	92912....	4.
88.......	82353....	76.
98.......	73950....	40.

Núm. 8º

17.......	426302....	6.
27.......	268412....	16.
37.......	195868....	24.
47.......	154194....	22.
57.......	127142....	46.
67.......	108166....	18.
77.......	94118....	54
87.......	83300....	40.
97.......	74712....	76.

Núm. 10º

19.......	381428....	8.
29.......	249901....	11.
39.......	185824....	4.
49.......	147900....	40.
59.......	122832....	52.
69.......	105031....	1.
79.......	91735....	75.
89.......	81428....	48.
99.......	73203....	43.

ADVERTENCIAS.

1º Cuando la segunda nota del divisor fuese una de estas cifras 0, 1, 2, solo se tanteará el cociente por la primera cifra de dicho divisor.

2º Se tanteará el cociente por la primera y segunda nota del divisor cuando la segunda fuere 3, 4, 5, 6.

3º Cuando la segunda nota del divisor fuere 7, 8, ó 9, solo se tanteará por la primera, considerándola aumentada de la unidad.

Ejemplos de partir simple.

54. Si del número 93245 se hacen 32 partes iguales cuanto valdrá cada parte? Valdrá 2913 $\frac{29}{32}$.

55. Partiendo 527824 reales á 43 hombres cuantos tocarán á cada uno? Tocarán 12274 reales 33 maravedises $\frac{9}{43}$.

56. Compré 54 carneros por 16722 reales. Pregunto cuanto me costó cada uno? Costó 309 reales 22 maravedises $\frac{36}{54}$.

57. Sesenta y cinco personas han de partirse en partes iguales 7324492 reales. Pídese cuanto tocará á cada uno? Tocarán 112684 reales 16 maravedises $\frac{48}{65}$.

58. Setenta y seis comerciantes se han de partir 97002424 reales. Pídese cuanto tocará á cada uno? Tocará 1276347 rs. 23 maravedises $\frac{20}{76}$.

59. Si 87 canas de paño costaron 1327 ℔ catalanas, se quiere saber cuanto costó una cana? Costó 15 ℔ 5 ʃ $\frac{5}{87}$.

60. Compré 38 quintales de arroz por 9892 reales. Pídese cuanto me costó un quintal? Me costó 260 reales 10 maravedises $\frac{28}{38}$.

61. Partiendo 3497326 reales por 99 hombres tocarán 35326 reales 17 maravedises $\frac{85}{99}$.

62. Cuantos años componen 653246 dias? Componen 1789 años 261 dias.

63. Pártanse 7632523 reales á 3564 hombres. Tocará 2141 reales 19 maravedises $\frac{250}{3564}$.

64. Compré 3732 canas de cierta ropa por 5324632 reales catalanes. Pídese cuanto me costó la cana? Me costó 1426 reales 18 dineros $\frac{24}{3732}$.

65. Reducir 632422 maravedises á reales. Son 18600 reales 22 maravedises.

66. Reducir 179347 libras á arrobas. Son 6897 @ 25 ℔.

67. Reducir 342632 onzas á quintales. Son 274 quintales 2 @ 4 ℔ 8 onzas.

342632 onzas.	12		
102	28552 ℔	26	
66	255	1098 @	
63	212	$\frac{1}{4}$.. 274 qq. 2 @ 4 ℔ 8 onz.	
32	4		
8			

68. Reduciendo 452728 minutos á dias saldrán 314 dias 9 horas 28 minutos.
69. Reduciendo 873252 dineros á libras salen 3638 ℔ 11 ₰.
70. Mira si 34826 mitadellas componen 272 cargas 10 mitadellas.
71. Cuantas cargas de aceite componen 736048 cuartas? Componen 1533 cargas 13 cuartanes.
72. Cuantas pesetas hacen 797424 maravedises? Hacen 5863 pesetas 14 cuartos.

LECCION 7ª

De las variaciones de los resultados de las cuatro reglas de aritmética por las alteraciones de los datos.

P. En la regla de sumar se alterará la suma si se altera alguno de los sumandos?

R. La suma aumentará de tanto como se añada á cualquiera de los sumandos, y disminuirá de tanto como se quite de ellos. No se alterará la suma si á uno ó mas sumandos se les añade lo mismo que se quite de otro ú otros.

P. Y en la regla de restar?

R. En la regla de restar la diferencia aumentará de tanto como se añada al minuendo, ó quite del subtraendo; y disminuirá de tanto como se quite del minuendo, ó añada al subtraendo. No variará la diferencia si al minuendo y subtraendo se les añade, ó quita una misma cantidad, pues en tal caso habrá una compensacion, ó destruccion de operaciones.

P. Y en la regla de multiplicar se alterará el producto por la alteracion de los factores?

R. Si señor: el producto aumentará ó disminuirá al paso que aumente ó disminuya alguno de los factores: de tal modo que se hará duplo, triplo, &c. si uno de ellos se multiplica por 2, 3, &c.; y será la mitad, tercio, &c. si uno de los factores se parte por 2, 3, &c. El producto no se alterará si se parte uno de los factores por un número, y se multiplica el otro factor por el mismo número, v. g.: $6 \times 8 = 48 = 3 \times 16$.

P. Cuales serán las alteraciones del cociente por las variaciones del dividendo ó divisor?

R. En la regla de partir el cociente aumentará si aumenta el dividendo ó si disminuye el divisor, y disminuirá si disminuye el dividendo ó si aumenta el divisor: de tal modo que el cociente se hará duplo, triplo, &c. si se multiplica el dividendo por 2, 3, &c., ó si se parte el divisor por 2, 3, &c.; y dicho cociente será la mitad, tercio, &c., del anterior, si se parte el dividendo por 2, 3, &c., ó si se multiplica el divisor por 2, 3, &c. El cociente no variará siempre que el dividendo y divisor se multipliquen ó partan entrambos por un mismo número.

P. Hay algo mas que advertir?

R. Si señor, pueden establecerse los siguientes principios, que serán otros tantos axiomas.

1º Si á cosas iguales se añaden iguales las sumas serán iguales.

2º Si á cantidades iguales se añaden desiguales las sumas serán desiguales.

3.º Si de cantidades iguales se quitan partes iguales los residuos ó diferencias serán iguales.

4.º Si de cantidades iguales se quitan desiguales las diferencias serán desiguales.

5.º Si cantidades iguales se multiplican ó parten por iguales los productos ó cocientes serán iguales.

6º *axioma general.* Si con cantidades ó espresiones iguales se hacen operaciones iguales, los resultados serán iguales.

CAPÍTULO II.

LECCION 1.ª

De las fracciones ó quebrados comunes.

P. Qué cosa es fraccion ó quebrado?

R. Se da el nombre de quebrado á toda cantidad menor que la unidad, ó lo que es lo mismo, á una ó mas partes de 1.

P. Segun esto para espresar un quebrado ¿será preciso dividir la unidad en partes?

R. Se dividirá la unidad en dos, tres, cuatro, cinco, ó en el número de partes iguales que se quiera, y de estas mismas partes se tomarán aquellas que se necesite, y quedará espresado el quebrado.

P. Qué nombre se da en general á estas partes?

R. El conjunto de partes que componen la unidad se llama denominador, y se coloca debajo de una línea; y él de las que tomamos numerador, y se pone sobre de la misma línea, v. g.: si de una naranja se hacen cinco pedazos iguales, y de estos se toman uno, dos, tres, &c., se espresarán de este modo $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, donde 5 es el denominador, y 1, 2, 3 los numeradores de su respectivo quebrado.

P. Y en un quebrado son indispensables estos dos términos.

R. En todo quebrado son indispensables el numerador y el denominador, porque el numerador espresa las partes que se toman, y el denominador determina la especie, y por consiguiente su valor.

P. Con que nombre se distinguirán estas partes?

R. Si el denominador es 2 se llamarán mitades, si es 3 tercios, si 4 cuartos, quintos, sestos, séptimos, octavos, novenos, décimos, onceavos, doceavos, &c., siendo el denominador un adjetivo, ó calificativo del numerador.

P. Sírvase V. esplicar las variaciones del quebrado por las que se hicieren en su numerador.

R. Siendo el numerador de un quebrado las partes que se toman, el quebrado variará del mismo modo que su numerador, de manera que si este aumenta por vía de multiplicacion el quebrado aumentará tambien por vía de multiplicacion; y si disminuye por vía de division, el quebrado disminuirá por vía de division, v. g.: $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{6}{7}$, y $\frac{12}{13} \setminus 4 = \frac{3}{13}$.

P. Sírvase V. esplicar las variaciones que sufrirá el quebrado por las que se hicieren en su denominador.

R. Como el denominador espresa las partes en que se divide la unidad, y el valor de cada parte disminuye al paso que la unidad tiene mas, y aumenta á medida que la misma unidad se divide en menos, se sigue: que el quebrado disminuirá á proporcion que su denominador aumente, y aumentará á medida que el denominador disminuya, de manera que si el denominador aumenta por vía de multiplicacion, el quebrado disminuirá por vía de division, y si disminuye por vía de division, el quebrado aumentará por vía de multiplicacion, v. g.: $\frac{3}{4} \setminus 2 = \frac{3}{8}$, y $\frac{1}{12} \times 3 = \frac{1}{4}$.

P. Y si se multiplica ó parte el numerador y denominador de un quebrado por un mismo número se altera el valor del quebrado?

R. No señor, puesto que multiplicando el numerador se multiplica el quebrado, y multiplicando el denominador se vuelve á partir por el mismo número, luego su valor no se altera; y como lo mismo se verifica por medio de la division, quedan con esto demostradas las dos partes de la proposicion.

P. Y los quebrados pueden tambien considerarse como un resultado de la operacion de partir?

R. Si señor, porque si suponemos que se han de partir 4 maravedises por 5 hombres, es evidente que de cada maravedí tocará $\frac{1}{5}$ á cada uno, luego de 4 maravedises tocarán $\frac{4}{5}$ á cada uno de los 5 hombres, por consiguiente el dividendo 4 puede considerarse como numerador, el divisor 5 como denominador, y el mismo quebrado $\frac{4}{5}$ será el cociente. Esta es la razon de haberse generalizado la espresion del quebrado, haciendo de él aplicacion á toda operacion de partir, siendo el simbolo de la division, y pudiendo espresar con ellos cantidades menores, iguales ó mayores que la unidad.

P. Como se dividen los quebrados?

R. En homogéneos, heterogéneos, propios, impropios, simples y compuestos. Quebrados homogéneos son los que siendo parte de una misma unidad, tienen iguales sus denominadores, heterogéneos los que los tienen desiguales, propios los que tienen el numerador menor que el denominador, impropios aquellos cuyo numerador es mayor que su denominador, simples los que son parte inmediata de la unidad como $\frac{1}{3}$ de maravedí, y compuestos los que son parte de otro quebrado como $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de maravedí.

LECCION 2ª

Buscar el valor de los quebrados ya sean propios ó impropios.

P. De que manera se debe buscar el valor de los quebrados?

R. Poniendo en práctica la indicacion, esto es partiendo el numerador por el denominador, pero reduciendo antes el numerador á las especies inferiores de la unidad superior cuando la fraccion es propia, y el cociente indicará las unidades de especie superior en el primer caso, y las de sus respectivas especies inferiores en el segundo.

73. Cual es el valor de $\frac{19}{23}$ de libra de ardites?

Operacion. Este quebrado es lo que resulta partiendo 19 ℔ por 23, que haciendo la division, segun manifiesta la tablilla, salen 16 ℈ 6 $\frac{6}{23}$.

```
19/23 = 19 ℔      | 23
        × 20      |----------------
        -----     | 16 ℈ 6 ds. 6/23
        380 ℈
        150
         12
         12
        -----
        144 mar.
        ..6
```

74. Cuantos reales componen $\frac{75}{32}$ de real de vellon?

Operacion. Partiendo 75 rs. por 32, se encuentra que el valor del quebrado propuesto es 2 rs. 11 mrs. $\frac{22}{32}$.

```
75/32 = 75 reales | 32
        11        |--------------------
        34        | 2 rs  11 mrs. 22/32
       -----
        44
        33
       -----
       374 mrs.
        54
        22
```

75. Cual es el valor de $\frac{33}{9}$ de cana? Es de 3 canas 5 pal. $\frac{3}{9}$.

76. Cuanto valen $\frac{56}{23}$ de real catalan? Valen 2 rs. 10 dins. $\frac{10}{23}$.

77. Cuanto vale $\frac{5}{6}$ de carga de vino? Vale 3 barrilones 10 mitadellas $\frac{4}{6}$.

78. Cuantos dineros componen $\frac{153}{231}$ de sueldo? Componen 7 dineros $\frac{219}{331}$.

79. Cuantos dineros son $\frac{1256}{91}$ de dinero? Son 13 dineros $\frac{73}{91}$.

80. Cuanto vale $\frac{23}{57}$ de quintal? Vale 1 @ 15 ℔ 11 onzas $\frac{2}{4}$ 1 adarme 9 granos $\frac{27}{57}$.

81. Cuanto importan $\frac{6}{7}$ de peseta? Vale 77 dineros $\frac{1}{7}$.

Reducir enteros é incorporarlos con los quebrados.

P. Como se deben reducir é incorporar enteros á la especie de un quebrado?

R. Como el denominador de un quebrado representa las partes iguales en que ha de estar dividida la unidad, multiplicaré los enteros por el denominador que han de llevar, y sumando este producto con el numerador del quebrado, si lo hubiere, le daré por denominador el denominador dado, v. g. $5=\frac{5\times1}{1}=\frac{5}{1}$, $5=\frac{5\times2}{2}=\frac{10}{2}$, $5=\frac{5\times3}{3}=\frac{15}{3}$, &c.; y $5\frac{6}{7}=\frac{5\times7+6}{7}$

$=\frac{35+6}{7}=\frac{41}{7}$ &c.

82. Reducir 7 á novenos. Saldrán $\frac{63}{9}$.

$$\begin{array}{l} 7=\frac{63}{9} \\ \times 9 \\ \hline 63 \end{array}$$

83. Reducir $9\frac{3}{5}$ á quintos, y saldrán $\frac{48}{5}$.

$$\begin{array}{l} 9+\frac{3}{5}=\frac{48}{5} \\ \times 5 \\ \hline 45 \\ +3 \\ \hline 48 \end{array}$$

84. Cuantos trecenos componen 19? Son $\frac{247}{13}$.

85. Reducir 23 dineros $\frac{8}{9}$ á novenos. Son $\frac{215}{9}$.

86. Cuantos veinte y tres avos de real son 19 reales $\frac{13}{23}$? Son $\frac{450}{23}$.

87. Reducir 17 ß 6 $\frac{8}{9}$ á novenos de dinero. Son $\frac{1898}{9}$ de dinero.

88. Reducir 13 ß 4 $\frac{1}{3}$ á quebrado de libra, y resultará el quebrado $\frac{481}{720}$ de ttß.

Simplificar quebrados.

P. Como se gobernará V. para simplificar quebrados?

R. Partiré el numerador y denominador por cualquiera de sus comunes divisores, tomando la mitad, tercio, &c. cuantas veces sea posible, y los dos últimos cocientes serán los dos términos del quebrado simplificado.

89. Simplifíquese el quebrado $\frac{48}{72}$ y resulta-

rá el quebrado $\frac{2}{3}$.

90. Simplifíquese $\frac{96}{148}$ y resultará $\frac{24}{37}$.

91. Simplificando $\frac{120}{640}$ saldrá $\frac{3}{16}$.

92. Simplificando el quebrado $\frac{172}{696}$, saldrá el quebrado $\frac{43}{174}$.

$\frac{1}{4}$	2 . . .
$\frac{1}{6}$	8
	$\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$
$\frac{1}{6}$ . . .	12
$\frac{1}{4}$ . . .	3 . .

LECCION 3ª

Sumar quebrados.

P. Como se gobernará V. para sumar quebrados?

R. En la regla de sumar quebrados pueden ocurrir tres casos. 1º Cuando los quebrados que se han de sumar son homogéneos, ó tienen iguales sus denominadores. 2º Cuando son heterogéneos, ó tienen sus denominadores desiguales. 3º Cuando el segundo caso admite simplificacion.

Caso 1º Súmense los numeradores, y póngase á dicha suma por denominador el denominador de uno de los sumandos, y este quebrado será la suma.

93. Cual es la suma de $\frac{7}{13}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{12}{13}$ y $\frac{11}{13}$ de maravedí?

Operacion. Sáquense afuera los numeradores, y partiendo la suma 47 por 13, el cociente indicará que la suma de dichos quebrados es igual á $3\,\frac{8}{13}$.

$$\begin{array}{l} \frac{7}{13} \ldots\ldots 7 \\ \frac{9}{13} \ldots\ldots 9 \\ \frac{8}{13} \ldots\ldots 8 \\ \frac{12}{13} \ldots 12 \\ \frac{11}{13} \ldots 11 \\ \hline \quad 47 \,|\, \underline{13} \\ \quad\ 8 \quad 3\,\frac{8}{13}. \end{array}$$

Caso 2º Redúzcanse los quebrados que se han de sumar á un comun denominador, sobre lo cual hay que advertir que todo número que sea multíplice de los denominadores de los quebrados que se trata de sumar puede ser comun denominador. Luego para hallar el comun denominador multiplíquense entre sí todos los denominadores, y el producto será el comun denominador. Para hallar los numeradores pártase el denominador encontrado por el denominador de cada quebrado y multiplíquese cada uno de estos cocientes por el numerador respectivo del quebrado que se reduce. Hecho esto súmense los nuevos numeradores como en el caso primero, y póngase á dicha suma por denominador el denominador comun encontrado. Esta operacion se funda en que el valor de los quebrados no se altera aunque sus dos términos se multipliquen por un mismo número. Tanto en el primer caso como en el segundo si la suma fuere algun quebrado impropio se puede reducir á entero.

94. Cual es la suma de $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$?

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} = 35 \\ \frac{4}{5} = 56 \\ \frac{6}{7} = 60 \\ \hline 151 \;|\underline{70} \\ 11 \quad 2\frac{11}{70} \end{array}$$

Operacion. Reducidos los quebrados á un comun denominador resulta $\frac{1}{2} = \frac{35}{70}$, $\frac{4}{5} = \frac{56}{70}$ y $\frac{6}{7} = \frac{60}{70}$, el mayor de los cuales es $\frac{6}{7}$, y la suma de los tres es $\frac{151}{70}$, que buscando su valor se encuentran $2\frac{11}{70}$.

Caso 3º Todo denominador que sea parte alícota de cualquiera de los denominadores de los quebrados que se han de sumar puede tacharse y suprimirse de la multiplicacion que se ha de hacer para encontrar el comun denominador. En todo lo demas se practicará lo prevenido en el caso 2º

95. Búsquese la suma de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$, é igualmente la de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{11}{16}$.

Operacion. En la regla de núm. 1º porque el denominador 2 es parte alícota del denominador 4 táchese, hágase lo mismo con el denominador 3 por ser parte alícota del denominador 6, y se tendrá que el denominador camun será el producto

Nº 1º		Nº 2º	
$\frac{1}{2}$	12	$\frac{1}{2}$	8
$\frac{3}{4}$	18	$\frac{3}{4}$	12
$\frac{2}{3}$	16	$\frac{5}{8}$	10
$\frac{5}{6}$	20	$\frac{11}{16}$	11
66 | 24		41 | 16	
18	$2\frac{18}{24}$	9	$2\frac{9}{16}$

de los denominadores no tachados, esto es $4 \times 6 = 24$. En la regla de número 2º porque todos los denominadores 2, 4, 8, son partes alícotas del denominador 16, suprímanse todos de la multiplicacion, y se tendrá que el comun denominador es 16. En todo lo demas se seguirán las reglas dadas en el caso 2º como se puede ver en la tablilla.

96. Cual es la suma de $\frac{10}{14}$, $\frac{9}{14}$ y $\frac{13}{14}$ de libra? Es $2\frac{2}{7}$.

97. Cuantos reales y maravedises compone la suma de estos quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{5}$ de real? Compone 2.

98. Súmense, y búsquese el valor de estos quebrados: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$. Resultará $1\frac{29}{30}$.

99. Cual es la suma de $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{8}{9}$ @? Es $2\frac{125}{252}$.

100. Cual es la suma de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{6}{7}$ de ℔. Es $2\frac{79}{84}$.

101. Cual es la suma de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{17}{32}$ y $\frac{57}{64}$? Es $3\frac{39}{64}$.

102. Cual es la suma de $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{37}{48}$, $\frac{31}{96}$ y $\frac{67}{192}$. Es $4\frac{61}{192}$.

103. Buscar la suma de $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{19}{32}$, $\frac{37}{64}$, $\frac{91}{128}$, $\frac{115}{256}$, $\frac{167}{768}$. Dicha suma es $4\frac{91}{384}$.

104. Cual es la suma de los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{17}{26}$, $\frac{31}{52}$, $\frac{97}{104}$, $\frac{161}{208}$ y $\frac{195}{416}$? Es $3\frac{385}{416}$.

105. Cual es la suma de $9\frac{1}{2}$, $4\frac{19}{26}$, $2\frac{19}{52}$, $8\frac{61}{104}$, $3\frac{87}{208}$, $7\frac{195}{416}$ y $2\frac{611}{1248}$? Es $38\frac{698}{1248}$.

106. Cual es la suma de $19\frac{8}{13}$, $9\frac{21}{26}$, $4\frac{47}{52}$, $2\frac{47}{104}$, $1\frac{47}{208}$, $\frac{255}{416}$, $\frac{255}{832}$ y $\frac{255}{1664}$? Es $39\frac{129}{1664}$.

Restar quebrados.

P. Como se gobernará V. para restar un quebrado de otro?

R. Si tuvieren un mismo ó igual denominador restaré los numeradores; pero si lo tuvieren diverso haré lo mismo despues de haberlos reducido á un denominador comun, v. g.:

107. Si de $\frac{8}{9}$ quitamos $\frac{5}{9}$, y si de $\frac{6}{7}$ se quitan $\frac{2}{3}$ tendrémos por resultados los que se manifiestan en la tablilla.

$\frac{8}{9} = 8$	$\frac{6}{7} = 18$
$\frac{5}{9} = 5$	$\frac{2}{3} = 14$
$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{4}{21}$

108. Si de $\frac{19}{23}$ se quitan $\frac{8}{23}$, resultarán $\frac{11}{23}$.

109. Cual es la diferencia de $\frac{8}{9}$ y $\frac{6}{7}$? Es $\frac{2}{63}$.

110. Si de $\frac{11}{13}$ se quitan $\frac{3}{7}$, saldrá $\frac{38}{91}$.

$17\frac{5}{6} - 6\frac{3}{5} = 10\frac{7}{30}$.

$198\frac{1}{3} - 73\frac{4}{5} = 120\frac{8}{15}$.

$99 - 17\frac{3}{8} = 81\frac{5}{8}$.

$57\frac{3}{7} - 42 = 15\frac{3}{7}$.

$123\frac{2}{3} - 79\frac{5}{18} = 44\frac{7}{18}$.

$91\frac{1}{7} - 23\frac{4}{5} = 70\frac{12}{35}$.

LECCION 4.ª

Multiplicar quebrados.

P. Como se deben multiplicar los números fraccionarios?

R. En esta operacion pueden ocurrir varios casos. Si un quebrado se hubiese de multiplicar por un entero multiplicaré el numerador, ó partiré el denominador, si posible es, por el entero. Si un quebrado se hubiese de multiplicar por otro quebrado multiplicaré entre sí los numeradores, y separadamente haré lo mismo con los denominadores, y los dos resultados serán los dos términos del producto. Finalmente si en algun factor á mas del quebrado hubiese algun entero, haré lo mismo despues de haber incorporado en cada factor los enteros con su quebrado correspondiente. Todo esto se ve practicado en los ejemplos puestos en la tablilla que sigue. (*)

$\frac{3}{4}\times 5=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}\times 4=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$
$\frac{3}{5}\times\frac{6}{7}=\frac{18}{35}$	$2\frac{3}{4}\times\frac{3}{7}=\frac{11}{4}\times\frac{3}{7}=\frac{33}{28}=1\frac{5}{28}$

111. Multiplíquese $\frac{6}{7}$ por 4. Producto $3\frac{3}{7}$.
112. Cual es el producto de $\frac{7}{9}$ x 3? Es $2\frac{1}{3}$.
113. Buscar el producto de $\frac{8}{9}$ x 5. Es $4\frac{4}{9}$.
114. Cual es el producto de $\frac{3}{5}$ x $\frac{6}{11}$? Es $\frac{18}{55}$.
115. Cual es el producto de $\frac{3}{4}$ x $\frac{1}{2}$ x $\frac{4}{7}$? Es $\frac{3}{14}$.
116. Cual es el producto de $2\frac{1}{2}$ x 4? Es 10.
117. Cuanto valen 7 palmos $\frac{1}{2}$ de sinta á ra-

(*) La multiplicacion de cantidades fraccionarias puede reducirse á un solo caso, que es el de multiplicar un quebrado por otro.

Para conseguirlo debe darse la forma de quebrado á cada uno de los factores, poniéndole la unidad por denominador si fuese entero, é incorporando el entero con el quebrado si fuere número mixto; y multiplicando el un quebrado que resultare por el otro se tendrá el producto.

Para reducir un quebrado compuesto á simple se hace lo mismo que en la multiplicacion, y el resultado será el quebrado simple, v. g.: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de real $=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$ de real.

zon de 8 maravedises $\frac{1}{3}$ el palmo? Valen 62 maravedises $\frac{1}{2}$.

118. Cuanto importan 9 @ $\frac{4}{5}$ de cierta mercaduría á razon de 13 rs. $\frac{2}{7}$ la arroba? Importan 130 rs. 6 mrs. $\frac{4}{5}$.

Partir quebrados.

P. Qué es lo que se debe practicar para partir números fraccionarios?

R. En la regla de partir números fraccionarios pueden ocurrir varios casos. Para dividir un quebrado por un entero partiré el numerador por el entero, y si no saliese exacta la division multiplicaré el denominador por el entero. Para partir un quebrado por otro despues de haberlos reducido á un comun denominador, sin necesidad de buscar este, pondré el numerador del dividendo sobre una línea y el del divisor debajo de la misma línea, y este quebrado será el cociente. Finalmente si en alguno de los términos de la division á mas de los quebrados hubiere algun entero practicaré lo mismo, despues de haber incorporado los enteros con los quebrados correspondientes. En la tablilla siguiente se hallarán ejemplos de toda especie. (*)

$\frac{3}{4} \backslash 5 = \frac{3}{20}$	$3\,\frac{1}{2} \backslash 4 = \frac{7}{2} \backslash 4 = \frac{7}{8}$
$3 \backslash \frac{4}{5} = \frac{3}{1} \backslash \frac{4}{5} = \frac{15}{4} = 3\,\frac{3}{4}$	$3\,\frac{6}{7} \backslash \frac{4}{5} = \frac{27}{7} \backslash \frac{4}{5} = \frac{135}{28} = 4\,\frac{23}{28}$
$\frac{2}{3} \backslash \frac{6}{7} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$	$2\,\frac{1}{2} \backslash 3\,\frac{1}{3} = \frac{5}{2} \backslash \frac{10}{3} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

119. Partiendo $\frac{6}{7}$ por 2 saldrán $\frac{3}{7}$.
120. Partiendo $\frac{4}{7}$ por 3 saldrán $\frac{4}{21}$.
121. Pártanse $\frac{8}{9}$ por 4, y saldrá por cociente $\frac{2}{9}$.
122. Partiendo $\frac{7}{9}$ por 3, saldrá por cociente $\frac{7}{27}$.
123. Pártanse 5 por $\frac{4}{5}$, y saldrá $6\,\frac{1}{4}$.
124. Pártanse $3\,\frac{4}{5}$ por 4, y saldrá $\frac{19}{20}$.
125. Partiendo 4 por $6\,\frac{1}{2}$, saldrá $\frac{8}{13}$.
126. Divídanse $\frac{3}{7}$ por $\frac{2}{5}$, y saldrá $1\,\frac{1}{14}$.
127. Partiendo $3\,\frac{2}{3}$ por $\frac{6}{7}$, saldrá $4\,\frac{5}{18}$.
128. Divídase $1\,\frac{3}{4}$ por $\frac{8}{9}$, y se tendrá $1\,\frac{31}{32}$.
129. Pártanse $7\,\frac{4}{5}$ por $2\,\frac{3}{4}$, y saldrá $2\,\frac{46}{55}$.
130. Pártanse $8\,\frac{5}{6}$ por $3\,\frac{1}{2}$ y se tandrá $2\,\frac{11}{21}$.
131. Pártanse $1\,\frac{8}{13}$ por $6\,\frac{6}{11}$, y saldrá $\frac{77}{312}$.

(*) La division de cantidades fraccionarias puede reducirse á un solo caso, practicando en los términos de la division lo que se ha dicho con respecto á los factores de la multiplicacion, y partiendo el un quebrado que resultase por el otro.

Buscar la mayor comun medida á dos números ó cantidades.

P. De que manera se buscará la mayor comun medida de dos números ó cantidades?

R. Para buscar la mayor comun medida de dos números, pártase el mayor por el menor, y si no queda resta el divisor será la mayor comun medida.

Si hubiere resta pártase el divisor por esta resta, y prosiguiendo de este modo partiendo siempre el último divisor por el último residuo hasta que salga un cociente exacto, el último divisor será la mayor comun medida entre los números propuestos.

132. Buscar la mayor comun medida de 72 y 192.

		192	72
	72	48	2
48	24	1	
00	2		

Operacion. Pártase el número mayor 192 por el menor 72; pártase despues el divisor 72 por el residuo 48; continúese partiendo el último divisor 48 por el residuo 24, y como en esta division sale un cociente exacto dígase que el último divisor 24 es la mayor comun medida de 72 y 192.

133. Cual es la mayor comun medida de 148 y 996? Es 4.

134. Cual es la mayor comun medida de 936 y 2418? Es 78.

135. La mayor comun medida de 651 y 1023? Es 93.

Reducir un quebrado á su menor espresion.

P. Qué cosa es reducir un quebrado á su menor espresion?

R. Es representar el quebrado con los menores números que sea posible.

P. De que manera se reducirá un quebrado á su mas simple espresion?

R. Partiré el numerador y denominador por su mayor comun medida, y los cocientes serán los dos términos del quebrado reducido, v. g.:

136. Redúzcase el quebrado $\frac{624}{936}$ á su menor espresion.

Operacion. Pártase el numerador 624 por la mayor comun medida 312, y el cociente 2 será el numerador del quebrado reducido; pártase el denominador 936 por la

$\frac{624}{936} = \frac{2}{3}$

624	312	936	312
000	2	000	3

misma medida, y el cociente 3 será el denominador, y se tendrá: $\frac{624}{936}=\frac{2}{3}$.

137. Reducir el quebrado $\frac{1073}{1537}$ á su menor espresion y saldrá $\frac{37}{53}$.

138. Reduciendo el quebrado $\frac{2576}{4368}$ á la menor espresion saldrá $\frac{23}{39}$.

Exámen ó pruebas.

P. Como se examina la regla de sumar?

R. Se saca la suma total, despues se hace otra suma en la que deja de juntarse una de las partidas; y si la diferencia de estas dos sumas es igual á la partida esceptuada hay alguna probabilidad de que ha sido exacta la operacion.

P. Como se prueba la regla de restar?

R. Sumando el subtraendo con la diferencia, y si la suma fuere igual al minuendo, se puede tener confianza de que ha sido exacta la operacion.

P. Como se examina la regla de multiplicar?

R. Partiendo el producto por uno de los factores, y el cociente ha de ser igual al otro factor.

P. Y la regla de partir como se examina?

R. Multiplicando el cociente por el divisor; y el producto debe ser igual al dividendo.

LECCION 5ª

DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

P. Qué entiende V. por fracciones decimales?

R. Las fracciones decimales son unos quebrados cuyos denominadores son la unidad con ceros á su derecha, esto es que la unidad se divide en diez partes iguales que se llaman décimos; el décimo en diez partes iguales llamadas centésimos; el centésimo en otras diez partes iguales llamadas milésimos, y asi sucesivamente; de manera que estos quebrados no son otra cosa que una continuacion de nuestro sistema de numeracion.

P. Para que sirve el cálculo de las decimales?

R. Este utilísimo cálculo sirve para buscar con la mas rigurosa aproximacion los resultados de algunas operaciones aritméticas.

P. De que modo se anotan las decimales?

R. Poniendo los enteros á la izquierda con el signo decimal, que es una coma puesta al reves, y en seguida el numerador de la fraccion decimal sin anotar el denominador, v. g. 72‘48 que se lee: setenta y dos y cuarenta y ocho centésimos; esto es, un quebrado cuyo numerador es 48 y el denominador 100.

P. Como se conocerán los denominadores de estos quebrados?

R. Se conocen con mucha facilidad, pues siempre constan de la unidad con tantos ceros á su derecha cuantas fueren las notas ó cifras del numerador decimal.

P. Pueden añadirse ó quitarse ceros de la derecha de un numerador decimal?

R. Ningun inconveniente hay; pues esto equivale á multiplicar ó partir los dos términos del quebrado decimal por 10, 100, 1000, &c., segun se añadan ó quiten, uno, dos ó tres ceros, en cuyos casos el valor del quebrado no se altera.

P. Que se debe practicar para multiplicar ó partir una cantidad decimal por 10, 100, 1000, esto es por 1 con ceros á su derecha?

R. Como el valor relativo de toda cantidad numérica se altera por vía de multiplicacion trasladando el signo decimal de izquierda á derecha, y por vía de division si se pasa de derecha á izquierda, se sigue que para la multiplicacion se hará correr el signo decimal tantas notas hácia la derecha cuantas fueren los ceros del multiplicador, y para la division se deberá seguir un órden inverso, v. g.: 6'482 x 10 = 64'82, 34'8 x 100 = 3480' 65'6 \ 10 = 6'56, y 3'49 \ 1000 = '00349.

Sumar decimales.

P. Como se gobernará V. para sumar números decimales?

R. Escritos los sumandos en colunas de modo que las unidades estén debajo de las unidades, los décimos debajo los décimos, los centésimos debajo de los centésimos &c., los sumaré del mismo modo que los enteros, v. g.:

732'42
675'9
132'04
92'042
64'1372
72'9424
19'0096
1788'4912

139. Cual es la suma de 732'42 675'9, 132'04, 92'042, 64'1372, 72'9424, y 19'0096. Dicha suma es 1788'4912.

140. Cual es la suma de 32'64, 85'4, 962'324, 675'097, 84'0082 y 9'72? Es 1849'1892.

141. Cual es la suma de 82'9 pies 73'19, 713'96, 752'009 y '4729? Dicha suma es 1622'5319.

142. Pedro ganó 732'9 pesos, Juan 875'72 y Antonio 792'08. Pídese cuanto ganaron

los tres juntos? Ganaron 2400'70.

143. Un pueblo por una contribucion pagó 72942'84 francos, otro 72919'09, otro 33752'124 y otro 17913'8. Pídese cuanto pagaron los cuatro pueblos juntos? Pagaron 197527'854.

Restar decimales.

P. De que manera se restará una fraccion decimal de otra?

R. Ordenadas las decimales como en la regla de sumar se restarán como los enteros v. g.

144. De 7342'82 quítense 754'9457. Haciendo lo que queda prevenido, y añadiendo dos ceros al minuendo en clase de decimales para igualar su número de decimales con las del subtraendo, se tendrá por diferencia 6587'8743.

7342'8200
754'9457
6587'8743

145. De 7952'3246 quítense 97'89, y se hallará 7854'4346.

146. Quítense 732'496 de 9878', y saldrá 9145'504.

147. Si de 9736'53 se quitan '9876 se tendrá 9735'5424.

148. De 3530'9 quítense 87'992, y se tendrá 3442'908.

LECCION 6ª

Multiplicar decimales.

P. De que modo se multiplica una decimal por otra?

R. Se deben multiplicar como si no hubiese signo decimal alguno, separando del producto tantas notas de decimales cuantas hubiere en los dos factores juntos.

Si el número de notas de decimales del multiplicando y multiplicador fuese mayor que el número de notas del producto, se añadirán á la izquierda de este tantos ceros cuantas cifras le falten para igualar las notas de decimales de entrambos factores, y se escribirá á la izquierda de los ceros añadidos en el signo decimal.

149. Cual es el producto de 732‘42 x 6‘24?

Hecha la operacion segun queda prevenido, y separando del producto cuatro notas de la derecha para decimales, que son las que se encuentran en los dos factores juntos, se tendrá por producto 4570‘3008.

```
    732‘42
      6‘24
  --------
    292968
   146484
  439452
  --------
 4570‘3008
```

150. Cual es el producto de 7‘24 x ‘00042?

Hecha la operacion, se ve que en el producto hay solamente cinco notas, y en los dos factores juntos hay siete decimales, de consiguiente añadiendo dos ceros à su izquierda, y escribiendo el signo decimal se tendrá por producto ‘0030408.

7‘24
‘00042
1448
2896
‘0030408

151. Cual es el producto de 9‘403 x‘43. Es 4‘04329.

152. Cual es el producto de 0‘0724 x‘0047? Es ‘00034028.

153. Cuantos reales importan 72‘23 varas à razon de 67‘237 reales? Importan 4856‘52851 reales.

154. Cuanto valen 752‘9 quintales à razon de 63‘84 reales el quintal? Valen 48068‘136 reales.

155. Cuanto entregaré por 97‘3 jornales à razon de 9‘7 reales el jornal? Entregaré 943‘81 reales.

156. Cuantas millas andará un navío en 23‘7 horas caminando à razon de 9‘4 millas por hora? Andará 222‘78 millas.

Partir decimales.

P. Que es lo que se debe practicar para partir una decimal por otra?

R. Despues de haber igualado las decimales del dividendo con las del divisor, añadiendo ceros al término que hubiere menos, se hará la division como si no hubiese signo decimal alguno, y quedará hecha la operacion.

Si despues de haber igualado las notas de decimales del divisor con las del dividendo, este fuere menor que aquel, se pondrá cero á los enteros del cociente escribiendo en seguida el signo decimal. Se añadirá un cero á la derecha del dividendo, y si aun fuere menor que el divisor, se pondrá cero á la nota de los décimos del cociente; y continuando de este modo hasta que salga un cociente exacto, ó que se descubra la ley que deben guardar sus guarismos, caso de resultar una fraccion periódica, en su totalidad ó en parte quedará concluida la operacion.

157. Pártanse 73'452 por 5'42, añádase un cero á la derecha del divisor para igualar sus decimales con las del dividendo. Pártase 73452 por 5420 hecha la division, póngase el signo decimal en el cociente. Para aproximar

73'452	5'420
19252	13'5 &c.
29920	
2820	

este añádase un cero al residuo 2992, y volviendo á partir por el mismo divisor resultará por cociente 13‘5 &c.

158. Para partir 98‘3 por 6‘426, añádanse dos ceros al dividendo, y hecha la division, resultará por cociente 15‘.

98‘300	6‘426
34040	15‘
1910	

159. Partiendo 724‘4 por 24‘, saldrá por cociente 30‘1833 &c.

160. Partiendo 32‘4 por 87‘452 saldrá por cociente ‘3704, &c.

161. Pártase 47‘ por 18‘6 y saldrá 2‘526 &c.

162. Partiendo 7‘ por 97‘64 saldrán ‘07 &c.

163. Partiendo ‘4632 por ‘92 saldrán ‘5034 &c.

164. Pártase 1‘ por 7‘42 y resultará ‘134 &c.

165. Partiendo 426‘62 por 7‘84 resultará 54‘41 &c.

166. Partiendo 5‘ por 6‘9 resultará ‘724 &c.

167. Pártase ‘9 por ‘352 y resultará 2‘556818 &c.

Reducir fracciones comunes á fracciones decimales.

P. Que es lo que se debe practicar para reducir fracciones comunes á fracciones decimales?

R. Partiré el numerador de la fraccion comun por su denominador, despues de haber puesto en cada uno de estos dos términos el signo decimal, añadiendo al numerador los ceros que sean necesarios en caso de ser menor que el denominador, ó que se quiera aproximar la fraccion decimal, y el cociente indicará lo que se pide, v. g.:

168. Reducir el quebrado $\frac{7}{8}$ á fraccion decimal.

$\frac{7}{8}$=‘875	
7‘0	8‘
60	‘875
40	

Operacion. Pártase el numerador 7 por su denominador 8, despues de haberles anotado con los signos decimales, y puestos á la derecha del dividendo los ceros que se quiera, se hallará que el referido quebrado comun compone ‘875.

169. Reducir el quebrado impropio $\frac{19}{12}$ á fraccion decimal.

19‘	12‘
70	1‘5833 &c.
100	
40	
40	
4	

Operacion. Hágase lo mismo que en el problema anterior, y se hallará que el quebrado $\frac{19}{12}$ es con aproximacion igual á 1‘5833 &c.

170. Reducir 19 ₰ 8 $\frac{3}{5}$ á fraccion decimal de libra.

$$\frac{19 \text{ ₰ } 8\frac{3}{5}}{20} = \frac{236\frac{3}{5}}{240} = \frac{1183}{1200} = {}^{\backprime}9858333$$

1183'0	1200'
10300	'9858333 &c.
.7000	
10000	
.4000	
.400 &c.	

Operacion. Los 19 ₰ 8 $\frac{3}{5}$ son $\frac{19 \text{ ₰ } 8\frac{3}{5}}{20}$ de libra, reduciendo los dos términos de este quebrado á la menor de sus especies, se tendrá que el referido quebrado es igual á $\frac{1183}{1200}$ de libra el cual reducido á fraccion decimal, se tendrá 19 ₰ 8 $\frac{3}{5}$ = '9858333 de libra.

171. Reducir '9858 de libra á fraccion decimal de sueldo.

'9858 de libra.
20
19'7160 sueldos.

Operacion. Respecto que la libra de ardites consta de 20 ₰, multiplíquese la fraccion decimal de libra por 20, y el producto indicará que '9858 de libra equivale á 19'7160 sueldos.

172. Reduciendo $\frac{8}{9}$ á fraccion decimal, resultará 0'88888 &c.

173. Reduciendo $\frac{13}{17}$ á fraccion decimal se hallarán '764705 &c.

174. Redúzcanse $\frac{39}{7}$ á fraccion decimal, y se hallarán 5'571428 &c.

175. Si se reduce $\frac{149}{31}$ á fraccion decimal, se hallarán 4'80645 &c.

176. Reduciendo 6 ʃ 4 á fraccion decimal de libra, saldrán 0'316666 &c.

177. Reduciendo 28 $\frac{1}{2}$ maravedises á fraccion decimal de real de vellon, saldrán 0'8382352 &c.

178. Reduciendo 3 @ 19 ℔ 6 $\frac{1}{2}$ onzas peso castellano á fraccion decimal de quintal, saldrán 0'9440625 quintales.

179. Reduciendo 3 varas 2 pies 8 pulgadas 7 líneas á decimales de vara, resultarán 3'905092 &c. varas.

CAPÍTULO III.

LECCION 1.ª

Sumar números denominados.

180. Cual es la suma de 3742 ℔ 13 ʃ 4, 672 ℔ 14 ʃ 8, y 957 ℔ 4 ʃ 10.

Operacion. Como la libra tiene 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros. La operacion empezará por los dineros sumándolos, y separando uno de cada doce para juntarlos á la coluna de los sueldos, se escribirán los dineros restantes, y haciendo lo mismo con cada 20 en la coluna de los sueldos respecto de las libras, estará hecha la operacion como se figura en la tablilla, cuya suma será 5372 ℔ 12 ß 10.

3742	℔	13	ß	4
672	℔	14	ß	8
957	℔	4	ß	10
5372	℔	12	ß	10

181. Gasté 1923 ℔ 13 ß 4 en paño, 678 ℔ 14 ß 6 en bayetas, y 927 ℔ 18 ß 8 en terciopelo. Pídese cuanto gasté en todo? Gasté 3530 ℔ 6 ß 6.

182. Compré 348 canas 5 $\frac{1}{4}$ palmos de paño, item 623 canas 7 $\frac{2}{4}$ palmos, item 87 canas 3 $\frac{3}{4}$ palmos, item 249 canas 2 palmos. Pídese cuanto paño compré? Compré 1309 canas 2 palmos 2 cuartos.

183. Un panadero compró 8365 cuarteras 9 cuartanes 3 picotines de trigo de un partido, de otro 19647 cuarteras 11 cuartanes un picotin, de otro 9748 cuarteras 4 cuartanes 2 picotines, y de otro 39718 cuarteras 3 picotines. Pídese cuanto trigo

compró? Compró 77480 cuarteras 2 cuartanes 1 picotin.

184. Pedro tiene 64 años 49 dias 22 horas $\frac{3}{4}$, Juan 52 años 152 dias 13 horas $\frac{2}{4}$, y Antonio 49 años 97 dias 14 horas $\frac{1}{4}$. Pídese cuanto tiempo tienen los tres juntos? Tienen 165 años 300 dias 2 horas 2 cuartos.

185. Un comerciante compró 346 cargas 22 cuartanes 12 cuartas de aceite, otro 738 cargas 15 cuartanes 9 $\frac{1}{3}$ cuartas, y otro 564 cargas 27 cuartanes 13 $\frac{4}{5}$ cuartas. Pídese cuanto aceite compraron los tres? Compraron 1650 cargas 6 cuartanes 3 cuartas $\frac{3}{10}$.

186. Un señor vendió 476 cargas 3 barrilones 29 mitadellas $\frac{2}{3}$ de vino de un partido, de otro 735 cargas 2 barrilones 28 mitadellas $\frac{1}{2}$, y de otro 243 cargas 1 barrilon 30 mitadellas $\frac{1}{4}$. Pídese cuanto vino vendió? Vendió 1456 cargas 24 mitadellas $\frac{5}{12}$.

187. Un confitero vendió 172 quintales 3 @ 24 ℔ 7 onzas $\frac{1}{2}$ de cierta mercaduría por 973 ℔ 13 ß 4, item 97 quintales 1 @ 20 ℔ 6 onzas $\frac{3}{5}$ por 672 ℔ 19 ß 10, item 132 quintales 13 ℔ 9 onzas $\frac{2}{3}$ por 798 ℔ 9 ß 3, item 52 quintales 2 @ 6 ℔ 4 on-

zas $\frac{3}{4}$ por 542 ℔ 9 ꝗ 8. Pídese cuantos quintales vendió, y cuanto sacó de ellos? Vendió 455 quintales 13 ℔ 4 onzas $\frac{31}{60}$, y sacó de ellos 2987 ℔ 12 ꝗ 1.

188. Pedro vendió de un partido 72 cuarteras 10 cuartanes 3 picotines de trigo por 3987 reales 24 maravedises $\frac{6}{7}$, de otro 37 cuarteras 5 cuartanes 1 picotin por 1998 reales 23 maravedises $\frac{1}{4}$, y de otro 52 cuarteras 10 cuartanes 3 picotines por 2957 reales 16 maravedises $\frac{2}{5}$. Pídese cuantas cuarteras de trigo vendió y cuanto sacó de ellas? Vendió 163 cuarteras 2 cuartanes 3 picotines, y sacó 8943 reales 30 maravedises $\frac{71}{140}$.

189. Cual es la suma de 352 toesas 1 vara 2 pies 7 pulgadas 9 líneas 10 puntos, 952 toesas 1 pie 10 pulgadas 3 líneas 7 puntos, 1924 toesas 1 vara 2 pies 9 pulgadas 4 líneas 2 puntos, y 97 toesas 1 vara 1 pie 6 pulgadas 9 líneas 3 puntos? Es 3327 toesas 1 vara 2 pies 10 pulgadas 2 líneas 10 puntos.

Restar números denominados.

190. Pedro me debia 7524 ℔ 10 ꝗ 3, y me ha satisfecho 4735 ℔ 6 ꝗ 5. Pídese cuan-

to me queda á deber?

Operacion. Aquí solo hay que advertir, que si alguna de las especies inferiores del minuendo fuere menor que la correspondiente del subtraendo, como en el ejemplo propuesto, donde 3 dineros del minuendo es menor que 5 dineros del subtraendo, de la coluna de los sueldos del minuendo se tomará un sueldo, que reducido á dineros é incorporado con los 3 dineros, son 15 dineros, de cuya suma quitando 5, quedan 10, que los escribo: en los sueldos del minuendo me han quedado 9, de los cuales quitando 6, quedan 3 ß, que los escribo debajo en la coluna de los sueldos; paso á las libras, y digo: de 5 á 14 van 9 &c., como en el restar simple; y resultará que lo que Pedro me queda á deber es, 2789 tt 3 ß 10.

7524	tt	10	ß	3	
4735	tt	6	ß	5	
2789	tt	3	ß	10	

191. Cual es la diferencia entre 635 canas 5 palmos $\frac{3}{4}$ y 221 canas 3 palmos $\frac{1}{4}$? Es 414 canas 2 palmos $\frac{1}{4}$.

192. Un tendero de 1672 canas 3 palmos de lienzo que tenia, ha vendido 958 canas 6 palmos. Pídese cuantas canas le han quedado? Le han quedado 713 canas 5 palms.

193. El que debiese 7932 reales 18 maravedises, y pagase 4584 rs. 9 maravedises cuanto quedaria á deber? Quedaria á deber 3348 rs. 9 maravedises.

194. Pedro me debe 13952 ℔ 16 ʃ 10, y me ha satisfecho 7496 ℔ 9 ʃ 5: pídese cuanto me queda á deber? Me queda á deber 6456 ℔ 7 ʃ 5.

195. Pedro me entregó 1732 ℔ 10 ʃ 2: pídese habiendo de entregarme 5367 ℔ 5 ʃ 4 cuanto me falta? Me falta 3634 ℔ 15 ʃ 2.

196. De 357 quintales 2 @ 20 ℔ 5 onzas de azúcar que tenia, me han comprado 97 quints. 3 @ 17 ℔ 9 onzas. Pídese cuanto me ha quedado? Me ha quedado 259 quintales 3 @ 2 ℔ 8 onzas.

197. Un confitero compró 3652 quints. 1 @ 8 ℔ $10\frac{1}{3}$ onzas de arroz, y despues compró 4953 quints. 24 ℔ $7\frac{3}{5}$ onzas. Dime cuanto arroz compró mas la segunda vez que la primera? Compró 1300 quints. 3 @ 15 ℔ $9\frac{4}{15}$ onzas mas.

198. De 1972 cuarteras 3 cuartanes $2\frac{1}{2}$ picotines de trigo he vendido 857 cuarteras 5 cuartanes $3\frac{6}{7}$ picotines. Pídese cuantas cuarteras me han quedado? Me han quedado 1114 cuarts. 9 cuartanes $2\frac{9}{14}$ picots.

199. Pedro tiene 973 cargas 2 barrilones 18 mitadellas de vino, y Juan 757 cargas 1 barrilon 21 $\frac{3}{4}$ mitadellas. Pídese cuanto vino mas tiene Pedro que Juan? Pedro tiene 216 cargas 28 $\frac{1}{4}$ mitadellas mas.

200. En Mallorca compré 752 cargas 18 cuartanes 7 cuartas de aceite medida catalana, y en Barcelona compré 975 cargas 19 cuartanes 5 cuartas. Pídese cuanto mas compré en Barcelona? Compré 223 cargas 14 cuartas mas.

201. De 7392 años 97 dias 18 horas 23 minutos 18'5 segundos quitando 1824 años 172 dias 7 horas 32 minutos 48'97 segundos, cuantos años quedan? Quedan 5567 años 290 dias 10 horas 50 minutos 29'53 segundos.

LECCION 2ª

Multiplicar números denominados.

Método general para resolver por medio de la proporcion conjunta las operaciones de cálculo mercantil.

P. Qué cosa es proporcion conjunta?

R. Es una regla por medio de la cual se resuelven todas las operaciones del cálculo numérico que dependen de la multiplicacion y division, ó de entrambas operaciones combinadas, esto es: cuando conocidas dos causas y un efecto se busca el otro efecto; ó bien cuando conocidos dos efectos y una causa se busca la otra causa.

P. En cuantos principios se funda la resolucion y demostracion de una regla tan interesante?

R. En tres que son: 1º en el modo de disponer ú ordenar los datos del problema. 2º En el modo de simplificar los mismos datos para facilitar la resolucion de los problemas. 3º En el modo de reducir á cantidades simples todos los datos que sean números denominados.

P. Qué entiende V. por cantidades numéricas equivalentes?

R. Son aquellas cantidades, á las cuales se da el mismo valor, ó se les atribuye cierta igualdad relativa. Las causas y los efectos, por ejemplo, son cantidades entre sí equivalentes.

P. Sírvase V. aclarar esta definicion por medio de algunos ejemplos.

R. 16 duros por ejemplo, son equivalentes á 320 reales vellon, pues aunque consten de distinto número de unidades, se les da el mismo valor. Las equivalencias se suelen espresar tambien con el signo igual, así podemos decir: 16 duros=320 rs. vn.

P. Sírvase V. dar algunos ejemplos de otras equivalencias.

R. Cuando por 40 rs. vn. dan 2 palmos de paño, á estos 2 palmos se les da el valor de 40 reales; serán pues en este caso los 2 palmos equivalentes á 40 reales, y podremos por consiguiente espresar esta equivalencia ó igualdad relativa como sigue, 2 palmos=40 rs. Asimismo si 12 hombres ganan 156 reales de jornal, estos reales serán equivalentes á 12 hombres, y se tendrá 12 hombres=156 rs. Si comprando 100 quintales de cualquier género, me dan 12 qq. de rebaja llamada tara, tendremos la equivalencia que sigue: 100 qq. en bruto=88 qq. limpios, &c.

P. Y las cantidader equivalentes pueden tener relacion directa ó inversa?

R. Si señor: dos cantidades equivalentes tendrán relacion directa cuando aumentando una de ellas por vía de multiplicacion, por las condiciones del problema se conoce que la otra debe aumentar tambien por vía de multiplicacion, y al contrario, v. g.: si 6 quintales de azucar valen 32 duros, es evidente que el duplo, triplo, &c. de los 6 quintales valdrán respectivamente el duplo, triplo, &c. de 32 duros. De esto se puede inferir: 1º Que dos cantidades directamente equivalentes á una tercera, lo son entre sí. 2º Que si dos cantidades directamente equivalentes se multiplican ó parten por una tercera, los productos son tambien entre sí equivalentes. 3º Que en todo cálculo en lugar de una cantidad puede emplearse oportunamente su equivalente. Esta substitucion servirá para buscar el valor metálico de cualquier género conocida la cantidad y el precio de una ó mas unidades; para buscar la cantidad de género conocido el valor total, y el de la unidad, para las reducciones de monedas, pesas, &c., &c.

P. Como conocerá V. que dos cantidades son entre sí inversamente equivalentes?

R. Cuando aumentando una de ellas por vía de multiplicacion, por las condiciones del problema, se conoce que la otra debe disminuir por vía de division, v. g.: si 12 hombres hacen un edificio en 6 meses, es evidente que el duplo, triplo, &c. de 12 hombres harian respectivamente el mismo edificio en la mitad, tercio, &c. de los 6 meses.

Primer principio.

P. Como se resolverá pues la proporcion conjunta siguiendo este método?

R. 1º Fórmense dos colunas verticales de términos, y ordénense de manera que el primero, segundo, tercero, &c. de la primera coluna sea equivalente á su término correspondiente de la segunda coluna, y esprésense estas equivalencias por medio del signo igual.

2º Enlácense las equivalencias de tal modo que cada uno de los términos de la primera coluna, á contar desde el segundo, sea de la misma especie que el término anterior de la segunda.

3º Señálese con una de las cuatro últimas letras del alfabeto lo que se busca, y esta letra podrá ocupar cualquier lugar de las colunas, peró será mucho mas ventajosa y clara la resolucion si ocupa el primer término de la primera coluna, en cuyo caso el último término de la segunda coluna será siempre de su misma especie.

4º Búsquese el producto continuo de todos los términos de cada coluna separadamente.

5º Pártase el producto que hubiere resultado de la coluna de términos conocidos por el producto de los términos de la coluna que encierra ó contiene la incógnita ó letra, y el cociente será el valor de la pregunta, ó lo que se pretendia averiguar.

P. Sírvase V. hacer aplicacion de las reglas anteriores, resolviendo el problema que sigue.

Cuanto valen 1536 pañuelos á 37 pesetas la docena?

R. *Resolucion y demostracion.* Represéntese con x el valor que se busca, y tendremos la equivalencia (A) de la tablilla, y siendo 37 pesetas el valor de 12 pañuelos, resultará la equivalencia (B) de la misma tablilla, y con esto quedará planteado el problema segun las reglas establecidas.

Multiplicando ahora la equivalencia (A) por 12 segundo término de la primera coluna, se tendrá: x peset. $\times 12 = 1536$ pañuelos $\times 12$, ó lo que es lo mismo x pesetas $\times 12 = 1536 \times 12$ pañuelos; si en esta espresion en lugar de los 12 pañuelos substituimos su cantidad equivalente 37 pesetas, resultará x peset. $\times 12 = 1536 \times$

37 pesetas. Con esto queda demostrado, que el producto de los términos de la primera coluna es igual al producto de los términos de la segunda; y á mas resolviendo las multiplicaciones se tendrá que $12 \times x$ peset. $=$ 56832 pesetas, esto es que 12 veces el valor que buscamos es 56832 pesetas, luego partiendo esta última cantidad por 12, el cociente indicará: que los pañuelos propuestos valen 4736 pesetas, que es lo que se habia de demostrar, todo lo que se ve resuelto en la tablilla siguiente.

A.......... x peset. $=$ 1536 pañuelos.
B......... 12 pañs. $=$ 37 pesetas.

```
     1536
       37
    -----
    10752
    4608
    -----
    56832 | 12
     88     ----
      43    4736 pesetas.
       72
       00
```

(*) *Segundo principio.*

P. Como se puede simplificar la regla conjunta?

R. Como los términos de una de las colunas son factores del dividendo, y los términos de la otra lo son del divisor, podrá simplificarse la operacion partiendo un término de cada coluna por cualquiera de

---

(*) Un número es divisible por dos, cuando la nota de las unidades es o, ó un número par.

Un número es divisible por 3, cuando la suma de todas las notas tiene tercio exacto.

Un número es divisible por 4, cuando las notas de las unidades y decenas tienen cuarto exacto.

Un número es divisible por 5, si la nota de las unidades es o, ó 5.

Un número es divisible por 6 cuando tiene mitad y tercio exacto.

Un número es divisible por 8 cuando las notas de las unidades, decenas y centenas tienen octavo.

Un número tiene noveno cuando la suma de todas sus notas lo tiene.

Un número es divisible exactamente por 10, 100, 1000 &c., si tiene uno, dos ó tres ceros á la derecha.

Un número es divisible por 12 cuando tiene tercio y cuarto exactos.

sus comunes divisores, repetir esta operacion cuantas veces sea posible, y resolver despues el problema con los términos simplificados, para cuya inteligencia se volverá á resolver el problema anterior.

Operacion. Ordenadas las cantidades equivalentes como en la operacion anterior simplifíquense los términos 12 de la primera coluna y 1536 de la segunda tomando $\frac{1}{4}$ de cada uno, y resultarán los términos simplificados 3 y 384, vuélvanse á simplificar estos últimos tomando $\frac{1}{3}$, y se tendrá 1 y 128. Resuélvase el problema con los términos simplificados, y se encontrará el mismo resultado de 4736 pesetas, como manifiesta la tablilla siguiente.

x peset. = ~~1536~~ pañs. ~~384~~. 128.

1 ~~3~~. ~~12~~ pañs. = 37 pesetas.

$$\begin{array}{r} 128 \\ 37 \\ \hline 896 \\ 384 \\ \hline \end{array}$$

$x = 4736$ pesetas.

Tercer principio.

P. Y si alguno ó algunos de los términos fuese algun número denominado; de qué modo les hará V. desaparecer del problema?

R. Se multiplicará el número compuesto y un término cualquiera de la otra coluna por los números que indiquen la subdivision de las especies inferiores que tiene el número compuesto; pasando despues á la simplificacion de términos y resolucion segun se ha esplicado, v. g.:

Cuanto importan 36 canas 7 palmos de paño á razon de 9 ℔ 12 ʃ 8 la cana?

Operacion. Enlácense los términos equivalentes del modo que se ha esplicado, y se figura en la tablilla siguiente.

Multiplíquense los términos 9 ℔ 12 ʃ 8 y x por 20 y 12, especies inferiores de la libra y resultarán otros dos términos 2312, y 240; multiplíquense ahora 36 canas 7 palmos, y 1 cana de la otra coluna por 8, y resultarán otros dos términos 295 y 8. Simplifíquense ahora los términos 295 y 240 tomando $\frac{1}{5}$ de cada uno, y resultarán los términos 59 y 48; simplifíquense los términos 2312 y 8, tomando $\frac{1}{8}$ de cada uno, y resultarán los términos 289 y 1; con los términos simplificados resuélvase el problema del modo que se figura en la tablilla, y se tendrá que las referidas canas valen 355 ℔ 4 ℥ 7.

48 ~~240~~ x ℔ ℥ = ~~36~~ canas ~~7~~ palmos ~~295~~ 59
~~8~~ 1 cana = ~~9~~ ℔ ~~12~~ ℥ ~~8~~. ~~2312~~. 289

```
     289
      59
   -----
    2601
   1445
  -------
   17051 | 48
          ---------------
     265   355 ℔ 4 ℥ 7
      251
       11
       20
    -----
     220
      28
      12
    -----
     336
     000
```

LECCION 3ª

De la multiplicacion compuesta resuelta por el método usado comunmente, llamado de partes alícotas.

P. En cuantas especies se divide la multiplicacion compuesta?

R. En tres que son: 1ª Cuando el multiplicando consta de varias especies y el multiplicador solamente de una. 2ª Cuando el multiplicando consta de una sola especie y el multiplicador de muchas. 3ª Cuando el multiplicando y multiplicador constan de varias especies.

P. Como se debe resolver la multiplicacion compuesta de primera especie?

R. Si el multiplicador fuese número díjito, se multiplicará la especie inferior del multiplicando por el multiplicador, reduciendo el producto á la especie superior inmediata, y continuando de este modo hasta llegar á la especie superior del multiplicando estará concluida la operacion.

Si el multiplicador no fuere número dijito, se multiplicará la especie superior del multiplicando por el multiplicador, despues se sacarán partes alícotas por las especies inferiores del multiplicando, v. g.:

203. Cuanto valen 7 canas de paño á 19 tt 13 ß 8 la cana?

19 tt	13 ß	8	
		7	
137 tt	15 ß	8	

Operacion. Multiplicados los 8 dins. por 7 se ve que hay 4 ß, y sobran 8 dineros, que los escribo; haciendo lo mismo con los 13 ß, y agregando los 4 que he sacado de los dineros, resultan 4 tt y 15 ß que los escribo en la coluna de los sueldos; y practicando lo mismo con las libras se tendrá que 7 veces el valor de una cana es 137 tt 13 ß 8.

204. Cuanto valen 765 canas de cierta ropa á razon de 8 tt 13 ß 9 la cana?

	765 canas.		
	8 tt	13 ß	9
á 8 tt	6120 tt		
á 10 ß.	382 ,,	10 ß	
á 2 ß.	76 ,,	10 ,,	
á 1 ß.	38 ,,	5 ,,	
á 6 din.	19 ,,	2 ,,	6
á 3 din.	9 ,,	11 ,,	3
	6645 tt	18 ß	9

Operacion. Las 765 canas á razon de 8 tt la cana valen 6120 tt, las cuales se hallan multiplicando 8 por 765, cuyo producto se encuentra en el primer renglon.

Las mismas canas á 10 ß valen 382 tt

10 ʃ, las cuales se hallan tomando la mitad de las 765 ℔, que las referidas canas valdrian á razon de 1 ℔.

A 2 ʃ valen 76 ℔ 10 ʃ, que es el quinto de 382 ℔ 10 ʃ que valen á razon de 10 ʃ.

A 1 ʃ valen 38 ℔ 5 ʃ, mitad de 76 ℔ 10 ʃ que las referidas canas valen á razon de 2 ʃ.

A 6 dineros valen 19 ℔ 2 ʃ 6 mitad de lo que dichas canas importan á razon de 1 ʃ.

A 3 dineros valen 9 ℔ 11 ʃ 3, que es la mitad de lo que importan á razon de 6 dineros. Sumando ahora todos los valores parciales encontrados, se tendrá que las 765 canas á 8 ℔ 13 ʃ 9 importan 6645 ℔ 18 ʃ 9.

205. Cuanto valen 6 canas de paño á 13 ℔ 18 ʃ 9 la cana? Valen 83 ℔ 12 ʃ 6.

206. Cuauto importan 7 @ de bacalao á 2 ℔ 16 ʃ 4 la arroba? Importan 19 ℔ 14 ʃ 4.

207. Cuanto valen 6 quintales de arroz á 16 ℔ 19 ʃ 11 el quintal? Valen 101 ℔ 19 ʃ 6.

208. Cuanto importan 5 ℔ de canela á 13 pesetas 3 reales 25 maravedises la libra? Valen 69 pesetas 2 reales 23 mrs.

209. Cuanto entregaré por 8 caballos á razon de 64 duros 2 pesetas 3 reales 30 maravedises cada uno? Entregaré 516 duros 3 pesetas 3 reales 2 mrs.

210. Cuanto valen 9 canas de lienzo á 19 ſ 9 $\frac{3}{5}$. Valen 8 ℔ 18 ſ 2 $\frac{2}{5}$.

211. Cuanto importan 52 canas de cierta ropa á 19 reales 12 dineros la cana? Valen 1014 reales.

212. Cuanto entregaré por 964 quintales de leña á 6 ſ 4 dineros el quintal? Entregaré 305 ℔ 5 ſ 4.

213. Cuanto valen 97 @ de trigo á razon de 16 ſ 3 la arroba? Valen 78 ℔ 16 ſ 3.

214. Cuanto importan 168 quints. de madera à 23 reales 18 dineros el quintal? Valen 3990 reales.

215. Cuanto importan 365 canas de lienzo à 17 rs. 20 dineros la cana? Valen 6509 reales 4 dineros.

216. Cuanto recibiré por 37 canas de paño, que vendí á 28 reales 22 dineros la cana? Recibíré 1069 reales 22 dineros.

217. Cuanto recibiré por 132 canas de lienzo à 27 ſ 10 dineros la cana? Recibiré 183 ℔ 14 ſ.

218. Cuanto valen 267 tablas à 9 ſ 11 la tabla? Valen 132 ℔ 7 ſ 9.

219. Cuanto entregaré por 763 canas de terciopelo que compré á 34 reales 23 dineros la cana? Entregaré 26673 rs. 5 dins.

220. Cuanto entregaré por 69 canas de cierta ropa, que compré á razon de 19 rs. 1 din. la cana? Entregaré 1313 rs. 21 din.

221. Cuanto importan 956 arrobas de arroz à 7 pesetas 3 reales la arroba? Importan 7409 pesetas.

222. A cuanto sube el valor de 132 canas de paño à 4 duros 3 pesetas 2 reales la cana? Sube á 620 duros 2 pesetas.

223. Cuanto valen 751 quintales de cierta mercaduría à 7 duros 4 pesetas 1 real el quintal? Valen 5895 duros 1 peseta 3 rs.

224. Cuanto importan 353 varas de cierta ropa à 6 duros 1 peseta 3 reales la vara? Valen 2241 duros 2 pesetas 3 reales.

225. Cuanto valen 65 carneros á 12 ℔ 10 ʃ cada uno? Importan 812 ℔ 10 ʃ.

226. Cuanto entregaré por 97 canas de paño á 9 ℔ 15 ʃ la cana? Entregaré 945 ℔ 15 ʃ.

227. Cuanto valen 175 arrobas de cacao á 16 ℔ 16 ʃ la arroba? Valen 2940 ℔ʃ.

228. Cuanto valen 132 canas de lienzo á 5 ℔ 19 ʃ la cana? Valen 785 ℔ 8 ʃ.

229. Cuanto valen 68 canas de cierta ropa

á 7 tt 13 ʃ 6 la cana? Valen 521 tt 18 ʃ.

230. Cuanto valen 159 quintales de cierta mercaduría á 9 tt 18 ʃ 9 el quintal? Valen 1580 tt 1 ʃ 3.

231. Cuanto valen 165 canas de cierta ropa á 13 tt 9 ʃ 5 la cana? Valen 2222 tt 13 ʃ 9.

232. Cuanto entregaré en Cataluña por 130 arrobas de cierta mercaduría á 23 tt 13 ʃ 8 la arroba? Entregaré 3078 tt 16 ʃ 8.

233. Cuanto valen 418 canas de cierta ropa á 12 pesetas 19 cuartos la cana? Valen 5249 pesetas 20 cuartos.

234. Cuanto importan 345 canas de cierta ropa que compré en Barcelona á 13 pesetas 3 rs. 28 mrs. la cana? Valen 4814 pesetas 3 rs. 4 mrs.

235. Cuanto valen 690 cuarteras de trigo medida de Barcelona á 6 tt 4 ʃ 11 $\frac{1}{2}$ la cuartera? Valen 4311 tt 1 ʃ 3.

236. Cuanto valen 468 quint. de arroz á 4 duros 3 pesetas 6 cuartos el quintal? Valen 2169 duros 1 peseta 20 cuartos.

237. Cuanto importan en Cataluña 365 canas de lienzo á 14 rs. 21 dineros la cana? importan 5429 rs. 9 dineros.

238. Cuanto valen en Tarragona 156 @ de bacalao á 51 rs. 19 ds. la arroba? Importan 8079 rs. 12 dineros.

239. Cuanto valen 1604 @ de cierta mercadería á 18 rs. 14 mrs. vn. la arroba? Valen 29532 rs. 16 mrs.

240. Cuanto entregaré por 356 @ de cierta mercadería á 21 rs. 33 mrs. vn. la arroba? Entregaré 7821 rs. 18 mrs.

241. Cuanto valen 32 qq. de leña á 7 ♃ 10 catalanes el quintal? Valen 12 ℔ 10 ♃ 8.

242. Dime si 52 qq. de harina peso catalan á 7 ℔ 13 ♃ 6 la arroba valen 1596 ℔ 8 ♃.

243. Cuanto entregaré por 28 qq. de cierta mercadería que compré en Cataluña á 19 ♃ 11 la libra? Entregaré 2899 ℔ 17 ♃ 4.

244. Cuanto valen en Cadiz 743 varas de paño á 9 pesos 7 rs. plata 15 cuartos la vara? Valen 7424 pesos 1 rs. 9 cuartos.

LECCION 4ª

Segunda especie.

P. Como resolverá V. la multiplicacion compuesta de segunda especie?

R. Multiplicaré la especie superior del multiplicando por la especie superior del multiplicador, despues del valor ó precio de la unidad se tomarán sucesivamente partes alícotas por las especies inferiores del multiplicador, v. g.:

245. Cuanto valen 187 quintales 3 @ 6 ℔ 12 onzas peso castellano à 63 reales de vellon el quintal?

Operacion. Los 187 quintales á 63 rs. valen 11781 rs., los cuales se han hallado multiplicando los 187 por 63 y se encuentran en el primer renglon del producto.

187 qq. 3 @ 6 ℔ 12 onz.					
63 rs.					
á 63 rs.	11781 reales.				
2 @..........	31 ,,	17 maravs.			
1 @..........	15 ,,	25 ,,	$\frac{1}{2}$ ..	100	
5 ℔..........	3 ,,	5 ,,	$\frac{1}{10}$ ..	20	
1 ℔..........	,,	21 ,,	$\frac{21}{50}$ ..	84	
8 onz...... ...	,,	10 ,,	$\frac{71}{100}$	142	
4 onz........	,,	5 ,,	$\frac{71}{200}$	71	
	11832 rs.	17 mrs.	$\frac{17}{200}$	417	200
				.17	2

El valor de 2 @ es de 31 reales 17 maravedises, el cual se hálla tamando la mitad de 63 reales valor del quintal.

La Mitad de 31 rs. 17 maravedises es 15 rs. 25 mrs. $\frac{1}{2}$, que es lo que vale 1 arroba, cuyo quinto manifestará lo que valen 5 libras.

El quinto de lo que valen 5 libras es 21 mrs. $\frac{21}{50}$, que es lo que vale 1 libra, cuya mitad 10 mrs. $\frac{71}{100}$ manifestará lo que valen 8 onzas.

Finalmente tomando la mitad del valor anterior se tendrá lo que valen 4 onzas. Sumando ahora todos los productos parciales hallados, se tendrá que los referidos 187 quint. 3 @ 6 tt 12 onzas valen 11832 rs. 17 mrs. $\frac{17}{200}$.

246. Cuanto valen en Castilla 165 varas 1 palmo 4 dedos de cierta ropa á 27 rs. vn. la vara? Valen 4464 rs. vn.

247. Cuanto importan en Castilla 62 varas 3 palmos 8 dedos de paño á 35 rs. vn. la vara? Importan 2202 rs. 2 mrs. $\frac{5}{6}$.

248. Cuanto importan en Valencia 23 varas 2 palmos 3 cuartos 1 dedo de cierta ropa á 17 tt$ la vara? Valen 403 tt$ 10.

249. Cuanto valen en Aragon 72 varas 10 dedos de terciopelo á 3 tt$ jaquesas la vara? Valen 216 tt 12 $ 8.

250. Cuanto entregaré en Barcelona por 75 canas 7 palmos de cierta ropa á 23 reales de ardites la cana? Entregaré 1745 reales 3 dineros.

251. Cuanto valen en Cataluña 57 canas 7 palmos $\frac{3}{4}$ de paño á 9 duros la cana? Valen 521 duros 3 pesetas 20 cuartos $\frac{3}{16}$.

252. Cuanto valen en Cataluña 33 canas 4

palmos $\frac{1}{2}$ de cierta ropa á 17 tt ß la cana? Valen 570 tt 11 ß 3.

253. Cuanto valen en Castilla 37 fanegas 2 cuartillos 2 celemines de trigo á 27 rs. vn. la fanega? Valen 1017 rs. vn.

254. Cuanto valen en Valencia 82 caices 9 barquillas 3 celemines de trigo á 5 tt ß el caiz? Valen 414 tt 1 ß 3.

255. Cuanto valen en Mallorca 297 cuarteras 5 barcellas 4 almudes de trigo á 5 tt ß la cuartera? Valen 1489 tt 14 ß 5 $\frac{1}{3}$.

256. Cuanto entregaré en Navarra por 69 robos 17 almudes de cebada á 13 rs. flojos el robo? Entregaré 908 rs. 22 mrs. $\frac{14}{19}$.

257. Cuanto valen en Barcelona 36 cuarteras 10 cuartanes 3 picotines de trigo á 11 pesetas la cuartera? Valen 405 peset. 29 cuartos $\frac{1}{24}$.

258. Cuanto recibiré en Barcelona por 25 cuarteras 3 cuartanes 2 picotines de cebada que vendí á 35 rs. vn. la cuartera? Recibiré 885 rs. 7 mrs. $\frac{1}{12}$.

259. Cuanto valen en Barcelona 47 cargas 2 barrilones 27 mitadellas de vino á razon de 19 pesetas la carga? Valen 906 peset. 17 cuartos $\frac{17}{64}$.

260. Cuanto recibiré en Barcelona por 57 cargas 2 barrilones 30 mitadellas de vino

á 95 rs. vn. la carga? Recibiré 5484 rs. 26 mrs. $\frac{1}{32}$.

261. Cual es el valor de 43 moyos 12 cántaras 5 azumbres 3 cuartillos de vino que compré en Castilla á 47 rs. vn. el moyo? Es de 2058 rs. 12 mrs. $\frac{73}{256}$.

262. Cuanto recibió el comerciante de Cataluña que vendió 27 cargas 25 cuartanes 13 cuartas de aceite á 17 duros la carga? Recibió 473 duros 12 rs. 18 mar. $\frac{5}{12}$.

263. Cuanto valen en Castilla 37 arrobas 1 cuartilla 14 panillas de aceite á 68 rs. vn. la arroba? Valen 2542 rs. 17 mrs. $\frac{17}{25}$.

264. Cuanto valen en Mallorca 156 pellejos 10 cuartanes 7 rótolos de aceite á 15 ℔ ß el pellejo? Valen 2353 ℔ 9 ß 5 $\frac{1}{3}$.

265. Cual es el valor de 47 qq. 24 ℔ $\frac{1}{2}$ peso castellano de cierta mercadería á 43 rs. vn. el quintal? Es de 2031 rs. 18 mrs. $\frac{19}{100}$.

266. Cual es el valor de 57 @ 22 ℔ peso catalan de cierta mercadería á 53 rs. de ardites la arroba? Es de 3065 rs. 20 din. $\frac{4}{13}$, ó 306 ℔ 11 ß 8 $\frac{4}{13}$.

267. Cual es el valor de 87 qq. 1 @ 19 ℔ de harina peso castellano à 98 rs. vn. el quintal? Es 8569 rs. 4 mrs. $\frac{2}{25}$.

268. Cuanto valen en Cataluña 43 qq. 23 ℔

de arroz á razon de 23 pesetas el quintal? Valen 994 pesetas 11 mrs. $\frac{10}{13}$.

269. Cuanto valen 62 qq. 1 @ 19 ℔ $\frac{1}{2}$ peso catalan ó mallorquin de cierta mercadería á 67 rs. vn. el quintal? Valen 4183 rs. 10 mrs. $\frac{5}{8}$ ó 209 duros 3 rs. 10 mrs. $\frac{5}{8}$.

270. Cuanto valen 57 qq. 23 ℔ $\frac{3}{4}$ de arroz á razon de 27 pesetas el quintal? En Castilla valen 1545 peset. 1 real 22 mrs. $\frac{1}{10}$, en Cataluña ó Mallorca 1545 peset. 22 mrs. $\frac{29}{32}$, en Valencia peso sútil 1544 pesetas 1 real 12 mrs. $\frac{3}{4}$, y en Aragon ó Navarra 1543 pesetas 1 real 27 mrs. $\frac{5}{8}$.

271. Dime si en Castilla el valor de 75 qq. 3 @ 11 ℔ 11 onz. de cierta mercadería á razon de 23 duros el quintal es de 1744 duros 18 rs. 25 mrs. $\frac{37}{40}$, en Cataluña ó Mallorca 1744 duros 3 rs. 24 mrs. $\frac{1}{12}$, en Valencia peso sútil 1744 duros 10 rs. 23 mrs. $\frac{5}{36}$, y en Aragon ó Navarra 1744 duros 3 rs. 2 mrs. $\frac{61}{216}$.

LECCION 5ª

Tercera especie.

P. De que modo debe resolverse la multiplicacion compuesta de tercera especie?

R. Se multíplicará la especie superior del multiplicando por la especie superior del multiplicador, despues se sacarán sucesivamente partes alícotas por las especies inferiores de entrambos factores.

272. Cuanto valen 87 quintales 3 arrobas 25 ℔ $\frac{1}{2}$ de azúcar á razon de 17 ℔ 16 ß 9 el quintal?

	87 qq. 3 @ 25 ℔ $\frac{1}{2}$				
	17 ℔ 16 ß 9				
Valor de los 87 qq. á 17 ℔ 16 ß 9.	á 17 ℔	1479 ℔			
	á 10 ß	43 ,,	10 ß		
	á 5 ß	21 ,,	15 ,,		
	á 1 ß	4 ,,	7 ,,		
	á 6 dins.	2 ,,	3 ,,	6	
	á 3 dins.	1 ,,	1 ,,	9	
Valor de 3 @ 25 ℔ $\frac{1}{2}$.	2 @.......	8 ,,	18 ,,	4 $\frac{1}{2}$	104
	1 @......	4 ,,	9 ,,	2 $\frac{1}{4}$	52
	13 ℔.......	2 ,,	4 ,,	7 $\frac{1}{8}$	26
	1 ℔.......	,,	3 ,,	5 $\frac{17}{104}$	34
	11 ℔.......	1 ,,	17 ,,	8 $\frac{83}{104}$	166
	$\frac{1}{2}$ ℔.......	,,	1 ,,	8 $\frac{121}{208}$	121
		1569 ℔	12 ß	3 $\frac{87}{208}$	503 | 208
					87 | 2 ds.

Operacion. Los 87 quintales á 17 ℔ el quintal, valen 1479 ℔, las cuales se hallan multiplicando 17 por 87, cuyo producto se encuentra en el primer renglon de los valores parciales.

Los mismos quintales á 10 ſ valen 43 tt 10 ſ, las cuales se hallan tomando la mitad de 87 ttſ, que los referidos quintales valdrían á razon de 1 ttſ.

A 5 ſ valen 21 tt 15 ſ mitad de 43 tt 10 ſ que dichos quintales valen á razon de 10 ſ.

A 1 ſ valen 4 tt 7 ſ, que es $\frac{1}{5}$ de 21 tt 15 ſ, que valen á razon de 5 ſ.

A 6 dineros valen 2 tt 3 ſ 6 mitad de lo que importan á razon de 1 ſ, de cuyo valor tomando la mitad saldrá lo que valen á razon de 3 dineros.

Ahora tomando la mitad de 17 tt 16 ſ 9, saldrán 8 tt 18 ſ 4 $\frac{1}{2}$ que es lo que valen 2 @, cuya mitad 4 tt 9 ſ 2 $\frac{1}{4}$ es el valor de 1 @.

La mitad del valor anterior es 2 tt 4 ſ 7 $\frac{1}{8}$, valor de 13 tt, de donde tomando el treceno saldrá lo que vale 1 tt, que es 3 ſ 5 $\frac{17}{104}$.

Multiplicando el valor anterior por 11, saldrá 1 tt 17 ſ 8 $\frac{83}{104}$ valor de las 11 tt que faltaban. Finalmente sacando la mitad de 3 ſ 5 $\frac{17}{104}$, resultará 1 ſ 8 $\frac{121}{208}$.

Sumando ahora todos los productos

parciales anteriores, se tendrá que los 87 quintales 3 @ 25 ℔ $\frac{1}{2}$ á 17 ℔ 16 ℥ 9 el quintal valen 1569 ℔ 12 ℥ 3 $\frac{87}{208}$.

273. Cuanto valen 57 canas 7 palmos medida catalana de cierta ropa á 19 rs. 21 maravedises vn. la cana? Valen 1135 rs. 12 mrs. $\frac{5}{8}$.

274. Cuanto valen en Cataluña 33 canas 5 palmos $\frac{3}{4}$ de terciopelo á 9 ℔ 13 ℥ 7 la cana? Valen 326 ℔ 7 ℥ 4 $\frac{21}{32}$.

275. Cuanto recibiré en Barcelona por 152 canas 2 $\frac{1}{2}$ palmos de cierta ropa que vendí á 13 pesetas 31 $\frac{1}{2}$ cuartos la cana? Recibiré 2121 pesetas 5 cuartos $\frac{31}{32}$.

276. Cuanto valen en Castilla 193 varas 3 palmos 10 dedos de cierta ropa á 57 rs. 28 mrs. la vara? Valen 11215 rs. 12 mrs. $\frac{1}{12}$.

277. Cuanto valen en Cataluña 365 cuarteras 11 cuartanes 1 picotin de trigo á 3 duros 17 reales 16 mrs. vn. la cuartera? Valen 1417 duros 9 rs. 13 mrs. $\frac{3}{8}$.

278. Cuanto entregaré en Castilla por 63 caices 5 fanegas 2 cuartillas 1 celemin de trigo que compré á 12 pesos 5 rs. plata 12 cuartos el caiz? Entregaré 807 pesos 1 real 9 cuartos $\frac{17}{36}$.

279. Cuanto valen en Mallorca 257 cuarte-

ras 5 barcellas 4 almudes de trigo á 5 tt 19 ß 11 la cuartera? Valen 1546 tt 11 ß 10 $\frac{1}{18}$.

280. Cuanto valen en Valencia 38 caices 3 barquillas 1 celemin 3 cuarterones de judias á 14 tt 7 ß 3 el caiz? Valen 549 tt 17 ß 9 $\frac{81}{192}$.

281. Cuantos duros valen en Cataluña 13 cargas 23 cuartanes 13 cuartas $\frac{1}{2}$ de aceite á 4 pesetas $\frac{1}{2}$ el cuartan? Valen 372 duros 2 pesetas 1 real 6 $\frac{3}{8}$.

282. Cuanto valen en Cataluña 83 cargas 31 $\frac{1}{3}$ mitadellas de vino á 22 pesetas 21 $\frac{1}{2}$ cuartos la carga? Valen 1884 pesetas o cuartos $\frac{111}{128}$.

283. Cuanto valen en Mallorca 75 pellejos 11 cuartanes 8 rótolos $\frac{1}{2}$ de aceite á 7 tt 13 ß 11 el pellejo? Valen 584 tt 16 ß 11 $\frac{97}{216}$.

284. Cuanto recibiré por 43 qq. 2 @ 19 tt de arroz á razon de 5 duros 13 reales 17 mrs. vn. el quintal? En Castilla recibiré 247 duros 18 rs. 27 mrs. $\frac{71}{100}$, en Cataluña ó Mallorca 247 duros 17 rs. 33 mrs. $\frac{53}{104}$, en Valencia peso sútil 247 duros 15 rs. 7 mrs. $\frac{61}{120}$, y en Aragon ó Navarra 247 duros 12 rs. 7 mrs. $\frac{97}{144}$.

285. Cuanto valen en Cataluña 3 @ 17 tt 9

onz. de cierta mercadería á 19 ℔ 13 ß 4 el quintal? Valen 18 ℔ 2 ß 1 $\frac{15}{26}$.

286. Cuanto recibiré por 19 ℔ 10 $\frac{1}{2}$ onzas de pimienta à razon de 21 duros 16 rs. vn. el quintal? En Castilla recibiré 4 duros 5 reales 23 mrs. $\frac{337}{400}$, en Cataluña ó Mallorca 4 duros 3 rs. 10 mrs. $\frac{99}{104}$, en Valencia peso sútil 3 duros 12 rs. 7 mrs. $\frac{9}{40}$, y en Aragon ó Navarra 3 duros 6 maravedises $\frac{1}{48}$.

287. Cuanto valen en Cataluña 73 qq. 3 @ 25 $\frac{1}{2}$ ℔ de bacalao à 19 ℔ 16 ß 11 el quintal? Valen 1468 ℔ 9 ß 11 $\frac{21}{208}$.

288. Cuanto entregaré en Barcelona por 57 qq. 24 ℔ 11 onz. $\frac{1}{2}$ de cierta mercadería que compré à 19 ℔ 6 ß 2 el quintal? Entregaré 1105 ℔ 4 ß 2 $\frac{107}{1248}$.

289. Cuanto valen 35 qq. 1 @ 23 ℔ 11 onzas de cáñamo à 73 pesetas 25 maravedises el quintal? En Castilla valen 2597 pesetas 8 mrs. $\frac{1387}{1600}$, en Cataluña ó Mallorca 2596 pesetas 2 rs. 8 mrs. $\frac{151}{1248}$, en Valencia peso sutil 2594 pesetas 1 reales 8 mrs. $\frac{1351}{1440}$, y en Aragon ó Navarra 2591 pesetas 3 reales 18 mrs. $\frac{559}{1728}$.

Método utilísimo en la práctica para aproximar la multiplicacion compuesta.

Los mismos problemas de multiplicar compuesto pueden resolverse con toda la aproximacion que se quiera, introduciendo en la inferior de sus especies el cálculo de las decimales v. g., resolviendo el problema 288 resultará lo siguiente aproximándolo hasta los milésimos.

1 ℔...... 57 qs. 0 @ 24 ℔ 11 $\frac{1}{2}$ onz.
1 ql..... 19 ℔ 6 ϑ 2.

		513 ℔		
		57 „		
$\frac{1}{4}$...	5 ϑ...	14 „	5 ϑ	
$\frac{1}{5}$...	1 ϑ...	2 „	17 „	
$\frac{1}{6}$...	2 ds..	„	9 „	6
$\frac{1}{8}$...	13 ℔...	2 „	8 „	3'25
$\frac{1}{13}$.	1 ℔...	„	3 „	8'558
1 ×	10.......	1 „	17 „	1'580
$\frac{1}{2}$...	6 onz..	„	1 „	10'279
$\frac{1}{2}$...	3 onz..	„	„	11'139
$\frac{1}{3}$...	1 onz..	„	„	3'713
$\frac{1}{3}$...	1 onz..	„	„	3'713
$\frac{1}{2}$...	$\frac{1}{2}$ onz..	„	„	1'856
		1105 ℔	4 ϑ	2'088

Operacion. La aplicacion decimal empieza en la coluna de quebrados. En este cálculo empieza al sacar el valor de las 13 ℔ con el octavo de lo que vale el quintal, por consiguiente el octavo de 19 ℔ 6 ʃ 2 dineros es 2 ℔ 8 ʃ 3 que los escribo, y sobran 2 dineros que valen 20 décimos cuyo octavo es 2, y sobran 4 que valen 40 centésimos, el octavo de 40 es 5. Sabido lo que valen 13 ℔, con el $\frac{1}{13}$ de 2 ℔ 8 ʃ 3‘25, que es 3 ʃ 8 sabré lo que vale 1 ℔, pero sobran 7 dineros que valen 70 décimos y 2 son 72, cuyo treceno es 5, y sobran 7 décimos, que valen 70 centésimos y 5 son 75, cuyo treceno es 5, y sobran 10 centésimos, que valen 100 milésimos, cuyo treceno aproximado es 8. Si se quisiese aproximar mas, podríamos continuar la operacion añadiendo mas decimales á la derecha. Las demas partes se sacan por el mismo estilo, del modo que figura la tabª.

Toda la diferencia que se observa entre el cálculo (288) y este es: que en aquel sale el quebrado $\frac{107}{1248}$ que reducido á fraccion decimal es con aproximacion ‘086, y en este sale ‘088; de consiguiente toda la diferencia consiste en dos milésimas partes de dinero, cantidad despreciable en la práctica.

LECCION 6ª

De las taras.

P. Que se entiende por taras?

R. La rebaja ó descuento que suele hacerse en la venta de algunos géneros á causa de su impureza, ó por razon de los sacos, cajones, &c. que los contiene.

P. Como se hacen estos descuentos?

R. Unas veces se hacen á razon de un tanto por ciento sobre el valor, peso ó medida del género que se vende, y otras á tanto por cajon, saco, pieza, docena, quintal, &c.

P. Como se resuelve este cálculo?

R. Restada la tara del peso ó medida en bruto, se buscará el valor de la mercadería en limpio por la regla de multiplicar números denominados, siendo muy preferible el uso de la proporcion conjunta siempre que sea aplicable á este cálculo, v. g.:

290. Cuanto valen 16 cajones de azucar que cada uno pesa 5 qq. 3 @ $\frac{1}{2}$ á 6 duros 10 reales el quintal limpio, teniendo de tara 12 por ciento de rebaja?

Operacion. Espresando con (x) el valor que se busca tendremos la equivalencia (*A*). La equivalencia (*B*) sirve para reducir los cajones á quintales; y teniendo 12 por ciento de tara, resulta que 100 qq. en bruto hacen 88 quintales peso limpio.

A............... x duros = 16 cajones ~~2~~. ~~4~~.
B................ 1 cajon = 5 qq. 3 @ $\frac{1}{2}$. 47.
C.. 25 ~~100~~ qq. sucs. = ~~88~~ qq. limp. 22
D......... 1 qq. limp. = ~~6~~ dur. $\frac{1}{2}$ 13.

```
      47
      22
     ----
      94
     94
    ----
    1034
      13
   -----
   13442  |25
      94  |------------------------------
     192  537 dur. 13 rs. 20 mar. 2/5.
      17
      20
    ----
     340
      90
      15
      34
   ----
     510
      10
```

luego con la equivalencia (*C*) los quintales en bruto quedan reducidos á quintales peso limpio de tara; y como 1 quintal limpio vale 6 $\frac{1}{2}$ duros, con la equivalencia (*D*) se tendrá el valor de los cajones que se pedia, que resuelto el cálculo segun presenta la tablilla sube á 537 duros 13 reales 20 $\frac{2}{5}$ maravedises.

Para despejar el problema de los números denominados se ha multiplicado el término 5 qq. 3 @ $\frac{1}{2}$ por 4 y por 2, y nos ha dado por producto 47. Se ha hecho la compensacion en la misma coluna tomando $\frac{1}{8}$ del término 16 cajones, y ha resultado 2. Se ha despejado despues el término 6 $\frac{1}{2}$ duros multiplicándole por 2 compensando esta multiplicacion con el término 2 de la misma coluna partiéndole por 2, y ha resultado 1. Se han simplificado los términos 100 y 88 tomando $\frac{1}{4}$ de cada uno, y han resultado 25 y 22: ultimamente se ha resuelto el problema con los términos simplificados, y se ha obtenido el resultado que indica la tablilla.

291. Cuanto valen 3 fardos de indianas que cada uno consta de 13 piezas, y cada pieza tiene de largo 27 canas 7 $\frac{3}{4}$ palmos á

A.................. x ℔ ϑ = 3 fardos.
B.............. 1 fardo = 13 piezas.
C. 40. ± pieza limp. = 27 canas 2 pals. $\frac{1}{4}$. 873.
D......... 32. ± cana = 3 ℔ 5 ϑ $\frac{1}{2}$. 131.

```
           3
        × 13
     -------
          39
         873
     -------
        7857
       2619
     -------
       34047
         131
     -------
       34047
     102141
     34047
     -------
     4460157 |1280
       6201   ---------------------
      10815   3484 ℔ 9 ϑ 11 7/16
        5757
         637
          20
     -------
        12740
          122
           12
          122
           12
     -------
         1464
          184
           56
```

razon de 3 ℔ 5 ß 6 la cana teniendo de tara 5 $\frac{1}{2}$ palmos por pieza?

Operacion. Espresando con x el valor que se busca tendremos la equivalencia (*A*). La relacion (*B*) sirve para reducir los fardos á piezas. Si del tiro de la pieza en bruto se quita la tara resultará que cada pieza en limpio tiene de largo 27 canas 2 palmos $\frac{1}{4}$, luego con la equivalencia (*C*) las piezas quedarán reducidas á canas limpias de tara. Ultimamente por medio de la equivalencia (*D*) se tendrá el valor que se pide, que segun manifiesta la tablilla es de 3484 ℔ 9 ß 11 $\frac{7}{16}$.

292. Cuanto valen 7 cajones de azucar que juntos pesan 25 qq. 2 @ 16 ℔ peso catalan ó mallorquin á 13 ℔ 7 ß 6 el quintal, teniendo de tara 2 qq. 3 @ 4 ℔? Valen 305 ℔ 16 ß 5 $\frac{23}{26}$.

293. Cuanto importan 9 cajones de azucar que juntos pesan 35 qq. 3 @ 8 ℔ peso catalan á 11 ℔ 9 ß 10 el quintal, teniendo de tara 2 @ 19 ℔ por cajon? Importan 341 ℔ 2 ß $\frac{45}{52}$.

294. Cuanto valen 27 @ 13 ℔ de seda á razon de 4 duros 18 rs. 17 mrs. la libra, teniendo de tara $\frac{1}{4}$ de onza por libra? Si el peso es de Castilla valen 3335 duros 9

reales 4 mrs. $\frac{1}{4}$, si es de Cataluña ó Mallorca 3448 duros 8 mrs. $\frac{41}{48}$, si es de Valencia peso sútil 3968 duros 16 rs. 21 mrs. $\frac{29}{48}$, y si es de Aragon ó Navarra 4750 duros 1 real 6 mrs. $\frac{35}{48}$.

295. Compré 18 sacos de arroz que cada uno pesaba 5 @ 20 ℔ á 4 pesetas 3 rs. 17 mrs. la arroba. Pídese cuanto me costaron teniendo 4 por ciento de tara? Si el peso es de Castilla costaron 488 pesetas 2 rs. 12 mrs. $\frac{64}{125}$, si es de Cataluña ó Mallorca 486 pesetas, si es de Valencia peso sútil 477 peset. 1 real 14 mrs. $\frac{24}{25}$, y si es de Aragon ó Navarra 468 pesetas.

296. Cual es el valor total de 64 qq. 2 @ $\frac{1}{2}$ de cierta mercadería que compré á 8 duros 16 rs. 17 mrs. el quintal limpio, teniendo de tara 4 ℔ onz. por quintal, y debiendo pagar de corredurία $\frac{1}{2}$ por ciento sobre el valor limpio de tara? Si el peso es castellano vale 550 duros 4 rs. 27 mrs. $\frac{2751}{5000}$, si es de Cataluña ó Mallorca 551 duros 2 rs. 15 mrs. $\frac{285}{1664}$; si es de Valencia peso sútil 554 duros 1 real 7 mrs. $\frac{14531}{16000}$, y si es de Aragon ó Navarra 557 duros 4 rs. 31 mrs. $\frac{793}{3840}$.

297. Compré 165 $\frac{3}{5}$ canas ó varas de cierta ropa, las cuales pagados los gastos me

costaron 990 duros. Pídese habiendo vendido dicha ropa á 7 duros 12 rs. la cana ó vara y dado de tara 2 $\frac{1}{2}$ por ciento de rebaja, cuanto saqué de ella y cuanto gané? Saqué 1227 duros 1 reales 31 mrs. $\frac{7}{25}$, y gané 237 duros 1 real 31 mrs. $\frac{7}{25}$.

298. Compré 56'5 varas de lienzo á 24'4 rs. vn. la vara. Pídese cuanto me costaron habiendome dado de tara 0'64 de vara por cada 12 varas? Me costaron 1305 rs. 2 mrs. $\frac{202}{375}$.

299. Recibí de Lóndres 624 yards $\frac{1}{3}$ de paño que vendí en Barcelona á 27 pesetas 3 rs. la cana, pídese siendo un yard igual á 4 $\frac{5}{8}$ palmos catalanes, cuanto saqué del referido paño? Saqué 10016 peset. 21 $\frac{25}{32}$ maravedises.

300. Un comerciante recibió en Mallorca 624 cuarteras mallorquinas de trigo, pídese habiendolo vendido en Barcelona á 16 pesetas 1 real 20 mrs. la cuartera cuantas pesetas recibió habiendo encontrado en la medida un aumento de 2 $\frac{2}{3}$ por ciento? Recibió 10504 pesetas 2 reales 15 $\frac{1}{5}$ mrs.

LECCION 7.ª

PARTIR NÚMEROS DENOMINADOS.

P. Que dificultades ofrece la division de los números denominados?

R. La única dificultad que ofrece esta operacion es cuando el divisor fuere algun número denominado. En este caso sin olvidar lo que se dijo en las páginas 43 y 44, se practicará lo siguiente: 1.º Multiplíquese el divisor por los números que indican la subdivision de sus especies inferiores, que es lo mismo que trasladarle á la última de sus especies, y quedará reducido á una cantidad simple. 2.º Multiplíquese todo el dividendo tanto si es simple como si es compuesto por los mismos números que se haya multiplicado el divisor, y se tendrá un nuevo dividendo. 3.º Pártase el nuevo dividendo por el divisor simple encontrado en el art. 1.º, y el cociente indicará lo que se pida, v. g.

301. Por 1341 rs. 21 mrs. se compraron 64 canas 1 palmo $\frac{3}{4}$ de lienzo. Pídese á cuanto costó la cana?

Operacion. Multiplíquese el dividendo 1341 rs. 21 mrs. por 8, y el producto

10732 rs. 32 mrs. por 4, que son los mismos números por los cuales se ha multiplicado el divisor 64 canas 1 palmo $\frac{3}{4}$, y partiendo el producto 42931 rs. 26 mrs. por 2055 canas que es el divisor simple, el cociente 20 rs. 30 mrs. $\frac{42}{137}$ será el valor de una cana que se pedia, todo lo que se ve resuelto en la tablilla siguiente.

1341 rs. 21 mrs.	64 canas 1 $\frac{3}{4}$ pal.
8	8
10732 rs. 32 mrs.	513
4	4
42931 rs. 26 mrs.	2055 canas.
1831	20 rs. 30 mrs. $\frac{42}{137}$
34	
7350	
5493	
62280	
630	

Aplicacion de la proporcion conjunta á la division compuesta, resolviendo el problema anterior.

301. *Operacion.* Segun los datos del problema es evidente que 64 canas 1 palmo $\frac{3}{4}$ es una cantidad equivalente de 1341 rs.

21 mrs., y como se busca el valor de una cana, no lo es menos que x rs. son tambien equivalentes á una cana. Luego re-

$17.\ \cancel{34}\ x$ rs. $=$ 1 cana $\cancel{32}$. 16.

137 $\cancel{411}$ $\cancel{2055}$ $\cancel{64}$ canas + p. $\frac{3}{4}$ = 1341 rs. 21 mrs. $\cancel{45615}$. $\cancel{9123}$ 3041

$$\begin{array}{r} 3041 \\ \times\ 16 \\ \hline 48656 \\ 2076 \\ 34 \\ \hline 8304 \\ 6228 \\ \hline 70584 \\ 714 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 137 \\ \times\ 17 \\ \hline 2329 \end{array}$$

20 reales 30 mrs. $\frac{42}{137}$

solviendo el problema segun los principios establecidos anteriormente y manifiesta la tablilla anterior, se hallará el mismo resultado que antes.

Problemas de partir compuesto.

302. Partiendo 985 duros 16 rs. 24 mrs. entre 46 hombres tocarán á cada uno 21 duros 8 rs. 21 mrs. $\frac{5}{23}$.
303. Decidme: el señor que tiene de renta anual 1622 duros 12 rs. 24 mrs., cuanto tiene de renta cada dia? Tiene 4 duros 8 rs. 30 mrs. 362\365.
304. Con 2125 ℔ 7 ß 6 compré en Cataluña 347 cuarteras de trigo: pídese á cuanto me costó la cuartera? Me costó á 6 ℔ 2 ß 6.
305. Compré 357 varas de cierta ropa por 25368 rs. 29 mrs.: pídese á cuanto me costó la vara? Me costó á 71 rs. 2 mrs. $\frac{29}{357}$.
306. Tengo 17384 rs. 24 mrs. para emplear en paño, cuya cana ó vara vale 67 reales: pídese cuantas canas ó varas podré comprar? En Cataluña ó Mallorca se comprarán 259 canas 3 palmos $\frac{895}{1139}$, y en las demas provincias 259 varas 1 palmo 10 dedos $\frac{814}{1139}$.

307. Compré en Cataluña 57 canas 7 $\frac{1}{2}$ palmos de cierta ropa por 3876 rs.: pídese á cuanto me costó la cana? Me costó á 66 reales 30 mrs. $\frac{182}{309}$.

308. Cuanto costó en Cataluña la cana de cierta ropa, supuesto que 75 canas 7 $\frac{1}{4}$ palmos costaron 871 ℔ ℥? Costó 11 ℔ 9 ℥ 5 $\frac{2243}{2429}$.

309. Un cerdo de 112 $\frac{2}{3}$ libras costó 44 duros 18 rs.: pídese á cuanto costó la libra? Costó á 7 rs. 32 $\frac{168}{169}$ maravedises.

310. Compré 135 qq. 1 $\frac{6}{7}$ @ de cierta mercadería por 11475 rs. 28 mrs., y los vendí por 13242 rs. 30 mrs.: pídese cuanto gané por quintal? Gané 13 rs. 1 $\frac{1941}{3793}$ mrs.

311. Compré en Castilla 76 qq. 3 @ 18'16 ℔ de cierto género por 4864 rs. 16 mrs. $\frac{1}{2}$, y los vendí por 3952 rs. 20'4 mrs.: pídese cuanto perdí por quintal? Perdí 11 reales 29 mrs. $\frac{1663}{192329}$.

312. De 46 qq. 3 @ 3 ℔ de cierta mercadería se han de sacar en Cataluña 323 duros 18 rs.: pídese á cuanto se habrá de vender el quintal? Se habrá de vender á 6 duros 18 rs. 16 mrs. $\frac{1788}{4865}$.

313. Pedro empleó 2468 duros con 83 qq. 2 @ de cierta mercadería: pídese á cuanto habrá de vender el quintal para ganar

172 duros 8 rs. 24 mrs.? Lo habrá de vender á 31 duros 12 rs. 14 mrs. $\frac{158}{167}$.

314. Compré 183 qq. 3 @ $\frac{10}{13}$ de cierta mercadería por 1987 duros 14 rs. 6 mrs., por el transporte pagué 67 duros 4 rs. 12 mrs., y por otros gastos 25 duros 12 reales 16 mrs.: pídese cual es el valor total del quintal? Es de 11 duros 6 reales 7 mrs. $\frac{3833}{9565}$.

315. Cuantos quintales de azucar se podrán comprar en Cataluña con 972 duros 16 rs. 10 mrs., siendo el valor de un quintal de 7 duros 12 reales? Se podrán comprar 128 qq. 0 @ 0 ℔ 2 onz. $\frac{134}{323}$.

316. Cierto comerciante compró en Castilla no sabe cuantos quintales de cierta mercadería, pero sí que le costaron 36798 rs. 24 mrs., los vendió por 30248 rs. 12 mrs. y que perdió por quintal 18 rs. 17 mrs.: pídese cuantos quintales habia en la partida? Habia 354 qq. 7 ℔ 5 $\frac{7}{629}$ onzas.

317. Un comerciante compró en Cataluña 72 cuarteras 8 $\frac{1}{2}$ cuartanes de trigo de un partido por 796 ℔ 18 ß 6, y de otro 60 cuarteras 7 $\frac{2}{3}$ cuartanes por 498 ℔ 13 ß 4: Se pregunta mezclando dicho trigo, á cuanto venderá la cuartera de la mezcla

para ganar 254 ℔ 10 ß? La habrá de vender á 11 ℔ 12 ß 5 $\frac{8395}{9601}$.

318. Otro comerciante tiene un monton de 73 cuarteras 11 $\frac{1}{2}$ cuartanes de trigo medida catalana que vale 892 ℔ 12 ß 6, otro monton de 54 cuarteras 3 $\frac{1}{3}$ cuartanes que vale 536 ℔ 8 ß 5, y en otro monton tiene 38 cuarteras 1 cuartan $\frac{3}{4}$ de cebada que vale 212 ℔ 4 ß 6: pídese mezclándolo todo á cuanto habrá de vender la cuartera de la mezcla para sacar los valores referidos? La habrá de vender á 9 ℔ 17 ß 3 $\frac{11367}{23959}$.

319. Un tendero de Barcelona quiere emplear 1324 ℔ 13 ß 2 en paño de primera calidad que vale á 13 ℔ 12 ß 4 la cana, y de segunda cuya cana vale 9 ℔ 4 ß 5: pídese queriendo tantas canas de uno como del otro, cuanto comprará de cada especie? Comprará 58 canas $\frac{20}{5481}$ de cada especie.

320. Un revendedor quiere emplear 1348 ℔ 7 ß 6 en bacalao que vale á 17 ℔ 16 ß 4 el quintal, y en trigo cuya cuartera se vende á 8 ℔ 3 ß 6: pídese queriendo que haya tantas cuarteras de trigo como quintales de bacalao, cuanto comprará de cada cosa? Recibirá 51 qq. 3 @ 13 ℔ 2 onz.

$\frac{4684}{6238}$ de bacalao, y 51 cuarteras 10 cuartanes 2 picotines $\frac{660}{8238}$ de trigo.

321. Otro revendedor quiere emplear en Cataluña 2463 ℔ 19 ℘ 8 en bacalao de primera calidad cuyo quintal vale 19 ℔ 7 ℘ 6, y de segunda que vale á 11 ℔ 15 ℘ 4: pídese necesitando doble número de quintales de segunda calidad, cuantos quintales recibirá de cada especie? Recibirá 57 qq. 1 @ 18 ℔ $\frac{1368}{10298}$ de primera calidad, y 114 qq. 3 @ 10 ℔ $\frac{2736}{10298}$ de segunda.

322. Un tendero quiere emplear en Cataluña 36464 rs. 16 mrs. en tres especies de paño; el de primera calidad vale á 9 duros 12 rs. la cana, el de segunda á 6 duros 2 rs., y el de tercera á 5 duros 3 rs. 20 mrs.: se pregunta queriendo la mitad mas de segunda calidad que de tercera, y un tercio mas de primera que de tercera cuantas canas recibirá de cada especie? Recibirá 89 canas 4 palmos $\frac{980}{1153}$ de 1.ª calidad, 100 canas 6 palmos $\frac{526}{1153}$ de 2.ª, y 67 canas 1 palmo $\frac{735}{1153}$ de 3.ª

323. Un confitero de Castilla quiere emplear 1648 duros 14 rs. en tres especies de azucar, el de 1.ª calidad vale 10 duros 4 rs. el quintal, el de 2.ª 8 duros 16 rs., y el

de 3^a 7 duros 10 rs. Se pregunta, queriendo que los quintales de 2^a calidad sean el duplo de los de 1^a, y que de 3^a calidad haya $\frac{1}{3}$ mas que de 2^a, cuantos quintales recibirá de cada especie? Recibirá 34 qq. 1 @ 24 ℔ $\frac{39}{239}$ de 1^a, 68 qq. 3 @ 23 ℔ $\frac{78}{239}$ de 2^a, y 91 qq. 3 @ 22 ℔ $\frac{551}{717}$ de 3^a especie.

324. Un comerciante de Cataluña quiere emplear 3245 ℔ 12 ß 6 en cacao que vale á 37 ℔ 12 ß 9 el quintal, azucar que vale á 18 ℔ 17 ß 4 el quintal, y pimienta que se halla à 41 ℔ 15 ß 10 el quintal: pídese queriendo que los quintales de cacao sean el séxtuplo de los del azucar, y que haya $\frac{4}{5}$ menos de pimienta que de azucar, cuantos quintales recibirá de cada uno de estos géneros? Recibirá 76 qq. 3 @ 21 ℔ $\frac{739}{1687}$ de cacao, 12 qq. 3 @ 7 ℔ $\frac{1529}{1687}$ de azucar, y 2 qq. 2 @ 6 ℔ $\frac{1318}{1687}$ de pimienta.

325. Otro comerciante quiere emplear 3256 duros 18 rs. en paño que vale á 7 duros 4 pesetas la cana, lienzo que vale á 9 pesetas 3 rs. la cana, y terciopelo cuya cana vale á 5 $\frac{1}{2}$ duros: se pregunta queriendo $\frac{2}{3}$ mas de lienzo que de paño, y $\frac{2}{5}$ menos de terciopelo que de paño, cuantas canas recibirá de cada especie? Recibirá

226 canas 7 palmos $\frac{199}{287}$ de paño, 378 canas 2 palmos $\frac{134}{861}$ de lienzo, y 136 canas 1 palmo $\frac{597}{1435}$ de terciopelo.

326. Un confitero de Castilla quiere emplear 1984 duros 17 rs. en cacao, que vale á 28 duros 6 rs. el quintal; azucar cuyo quintal vale 12 duros 18 rs.; y canela que se vende á 220 duros 10 rs. el quintal: pídese queriendo que el azucar sea el $\frac{1}{6}$ del cacao, y la canela $\frac{1}{10}$ del azucar, ó lo que es lo mismo que el azucar sea el décuplo de la canela, cuantos quintales recibirá de cada género? Recibirá 58 qq. 16 ℔ $\frac{112}{273}$ de cacao, 9 qq. 2 @ 19 ℔ $\frac{329}{819}$ de azucar, y 3 @ 21 ℔ $\frac{770}{819}$ de canela.

327. Un comerciante de Cataluña quiere emplear 2467 duros 18 rs. en cacao, azucar y canela; la arroba de cacao vale 11 duros 12 rs., la de azucar 2 duros 8 reales, y la de canela 44 duros 18 reales: pídese queriendo que las arrobas de azucar sean la sexta parte de las de cacao, y el séptuplo de las de canela, cuantas arrobas recibirá de cada uno de estos tres géneros? Recibirá 188 @ 21 ℔ $\frac{3967}{5489}$ de cacao, 31 @ 12 ℔ $\frac{1576}{5489}$ de azucar, y 4 @ 12 ℔ $\frac{4930}{5489}$ de canela.

Nota. El divisor de este problema, y los demas de esta especie, pueden ordenarse de modo que la operacion nos dé por resultado la cantidad de cualquiera de los géneros de que se trata. Asi si se quiere que el resultado de este problema nos dé por cociente las arrobas de cacao: se sumará el precio de este con el $\frac{1}{6}$ del precio del azucar, y $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{6}$ del de la canela, y la suma será el divisor, cuyo cociente indicará la propuesto.

Si se trata de que el resultado de la operacion indique las arrobas del azucar: se sumará el precio de este con el séxtuplo del precio del cacao, y $\frac{1}{7}$ del de la canela, y la suma será un divisor, cuyo cociente indicará las arrobas de azucar.

Y si se quiere que el primer resultado de la operacion esprese las arrobas de canela, se sumará el precio de la arroba de esta, con el séptuplo del valor de la arroba de azucar, y el séxtuplo del séptuplo del valor de la arroba de cacao, y la suma será un divisor, cuyo cociente nos dará las arrobas de canela.

Hallado el primer resultado de la operacion se encuentran con facilidad los términos restantes por las mismas condiciones del problema.

Toda esta práctica se funda en que los datos ó precios de los géneros se alteran en sentido contrario de los resultados por vía de multiplicacion ó division. De donde se infiere: que hecha la operacion y dando á las cantidades de cada género el valor que les corresponde, necesariamente los precios deben volver á su estado primitivo.

LECCION 8ª

Tablas de reducciones de monedas, pesas y medidas.

Tabla primera de reducciones.

De monedas catalanas.		*A varias monedas.*
4095 libras	=	136 doblones antiguos de 8 escudos.
30 libras	=	1 doblon de á 8 del sello nuevo.
255 libras	=	128 durillos del sello antiguo.
3 libras	=	8 pesetas comunes.
3 libras	=	32 rs. vn. en Cátaluña.
15 libras	=	32 pesetas colunarias.
15 libras	=	8 duros plata, ó de oro del sello nuevo.
119 libras	=	1280 reales vellon castellanos.
7 libras	=	5 pesos de cambio.
7 libras	=	5 libras valencianas.
7 libras	=	4 libras jaquesas.
7 libras	=	40 reales flojos ó de plata.
21 libras	=	17 libras mallorquinas.
21 dineros	=	32 maravedises vellon castellanos.
21 dineros	=	16 dineros jaqueses.
21 dineros	=	17 dineros mallorquines, ó de plata.
7 dineros	=	6 maravedises navarros.
7 dineros	=	5 dineros valencianos.

Tabla 2.ª

100 *quintales de Cataluña equivalen á*

* 90'56 qq. de Castilla.	100' qq. de Menorca.
97'62 qq. de Valencia.	72'45 qq. de Galicia.
81'35 qq. de Alicante.	85'24 qq. peso ordin.° de Bilbao.
82'75 qq. de Aragon.	85'44 qq. peso ordinario de S. Sebastian.
102'22 qq. de Mallorca.	

Tabla 3.ª

100 *canas de Cataluña equivalen á*

185'87 varas de Castilla.	171'49 varas de Alicante.
99'23 canas de Mallorca.	201'30 varas de Aragon.
96'76 canas de Menorca.	142'98 varas de Galicia.
171'11 varas de Valencia.	

Tabla 4.ª

100 *cuarteras medida de Barcelona equivalen á*

129'56 fanegas de Castilla.	129'73 id. de Santander.
98'65 cuarteras de Mallor.ª	130'83 id. de Sevilla.
98'43 id. de Menorca.	128'32 id. de Cadiz.
34'97 caices de Valencia.	129'87 id. de Málaga.
29'43 id. de Alicante.	127'36 id. de Cartagena.
39'36 id. de Aragon.	95'44 id. de Gijon.
124'57 fanegas de Bilbao.	429'03 ferrados de la Coruña.
119'95 id. de S. Sebastian.	

* Debe advertirse que las dos notas que van á continuacion del signo decimal ['] son quebrados los cuales pueden ir anotados en forma de decimales ó de quebrados comunes, dándolos en este caso 100 por denominador.

Tabla 5.ª

100 *cargas de vino medida de Cataluña equivalen á*

747'09 arrobas ó cántaras de Castilla.	446'51 cortins de Mallorca.
1600' cántaras de Tortosa.	1050' cántaros de Valencia y Alicante.
1600' mesures de Puigcerdá.	1211'17 cántaros de Aragon.
1600' mitgeras de Besalú.	653'71 cántaros de Asturias ó Galicia.
800' corters de Tarragona.	

Tabla 6.ª

100 *cuartanes de aceite medida de Barcelona equivalen á*

32'79 arrobas de Castilla.	29'49 id. de Alicante de 36 idem.
25' cántaros de Tortosa.	29'99 id. de Aragon.
101'9 cuartanes de Mallorª	44'99 arrobetas de Aragon.
35'39 arrobas de Valencia de 30 libras.	

Aplicacion de la regla conjunta á las reducciones de monedas, pesas y medidas.

P. Como se servirá V. de las tablas antecedentes para hacer las reducciones que convengan?

R. Del modo siguiente; supongamos que se han de reducir 379 ℔ catalanas á pesetas comunes.

328. *Operacion.* Es evidente que 379 ℔ es una cantidad equivalente á las pesetas que busca, y represento con x, y como en la tabla primera se encuentra que 8 pesetas es tambien equivalente á 3 ℔, tendremos que disponiendo los términos como en la tablilla anterior, y resolviendo la regla conjunta que componen, resultará que las 379 ℔ equivalen à 1010 pesetas 2 rs. 22 mrs. $\frac{2}{3}$.

x pesetas = 379 ℔	
3 ℔ = 8 pesetas.	
	379
	8
	3032
$\frac{1}{3}$....	1010 ps. 2 rs. 22 mrs. $\frac{2}{3}$

330. Reducir 569 canas $7\frac{1}{2}$ palmos catalanas á varas de Castilla.

Operacion. Las 569 canas $7\frac{1}{2}$ palmos son equivalentes á x varas y (tab. 3ª) 100 canas lo son á 185'87 varas de Castilla. Luego ordenando los términos como en la tab. multiplicando los términos 569 canas $7\frac{1}{2}$ palmos y x por 8, y los productos por 2, que son los dos números que espresan las especies inferiores del término compuesto; haciendo lo mismo con los términos 100 rs. y 185'87 multiplicándolos por 100 para hacer desaparecer la de-

16. x = ~~569~~ canas ~~7~~ ps. ½ 9119.
10000 ~~100~~ cs. = 185 $\frac{87}{100}$ 18587

```
    18587
     9119
   ------
   167283
   18587
  18587
 167283
---------
169494853 | 160000
   94     |----------------------------
   149    | 1059 var. 1 pº 4 ds. 4559/10000
    54853
        4
   ------
   219412
    59412
       12
   ------
   712944
    72944
```

cimal, continuando despues la operacion del modo que se ha esplicado, se tendrá que las referidas canas equivalen á 1059 varas 1 palmo 4 dedos $\frac{4559}{10000}$ de Castilla.

331. Reducir 87 quintales 3 @ 16 ℔ catalanas á quintales peso de Castilla.

Operacion. Los 87 qq. 3 @ 16 ℔ catalanas son equivalentes á los quintales castellanos que busco, representados por x; y

$13.\ \cancel{52}.\ x = \cancel{87}\ qq.\ \cancel{3}\ @\ \frac{8}{15}.\ 4571$

$1250.\ \cancel{10000}\ \cancel{100}\ qq. = \cancel{90'56}.\ \cancel{9056}.\ \cancel{2264}.\ 283.$

4571
283
13713
36568
9142
1293593
15609
9843
4
39372
6872
25
34360
13744
171800
930
16
14880
255

1250
× 13
16250

79 qq. 2 @ 10 tt 9 onz. $\frac{51}{325}$

como (tab. 2ª.) 100 qq. catalanes son equivalentes á 91 qq. de Castilla, resulta que planteando y resolviendo el problema del modo que manifiesta la tablilla, se hallará lo que la misma espresa.

P. Como formaria V. las tablas de las reducciones de monedas pesas y medidas?

R. Esto se comprenderá facilmente con el ejemplo que sigue:

332. Supongamos que se quiere averiguar el número menor de libras catalanas que componen un número entero de pesetas, sabiendo que una peseta consta de 90 dineros, y la libra de 240 dineros.

Operacion. Es evidente que 1 peseta es equivalente á 90 dineros, y 240 dineros á 1 ℔. Luego ordenando los términos equivalentes en la forma que se ha esplicado, segun se manifiesta en la tablilla anterior, y simplificándolos cuanto sea posible, se hallará que 8 pesetas equivalen á 3 ℔ catalanas.

	1 peseta = $\cancel{90}$ dineros	3
8	$\cancel{240}$ dins. = 1 ℔	
	8 pesetas = 3 ℔	

Igual operacion se hará para encontrar cualquiera otra relacion, teniendo los datos necesarios.

Ejemplos de reducciones de monedas, pesas y medidas.

333. Cuantas pesetas corrientes en Cataluña encierran 736 ℔ 7 ʃ 6? Encierran 1963 pesetas 2 rs. 22. mrs. $\frac{2}{3}$.

334. Cuantos duros componen 1822 ℔ 10 ℈ catalanes? Componen 972 duros.

335. Cuantas libras catalanas componen 372 pesetas colunarias? Componen 174 ℔ 7 ℈ 6.

336. Reduciendo 469 durillos del sello antiguo á libras catalanas, se hallará que hacen 934 ℔ 6 ℈ 8 $\frac{5}{8}$.

337. Cuantos reales de vellon de Castilla encierran 1267 ℔ 16 ℈ 8 catalanes? Encierran 13637 rs. 6 mrs. $\frac{272}{357}$.

338. Cuantas libras catalanas componen 12000 reales vn. de Castilla? Componen 1115 ℔ 12 ℈ 6.

339. Dime cuantas libras valencianas, ó pesos de cambio, cuantas libras jaquesas, cuantos reales flojos navarros; y cuantas libras mallorquinas componen 1264 ℔ 13 ℈ 6 catalanes? Componen 903 pesos 2 reales 24 mrs. $\frac{2}{7}$ de plata; 722 ℔ 13 ℈ 6 $\frac{6}{7}$ jaqueses; 7226 rs. 25 mrs. $\frac{5}{7}$ flojos navarros; y 1023 ℔ 15 ℈ 8 $\frac{2}{7}$ mallorquines.

340. Dígame V. 324 quintales 3 @ 20 ℔ peso de Cataluña á cuantos quintales equivalen de Castilla, Valencia, Aragon, y Mallorca? Equivalen á 294 quint. 1 @ 1 ℔ 12 onz. $\frac{132}{325}$ de Castilla; á 317 qq. 25 ℔ $\frac{271}{6500}$ de Valencia; á 268 qq. 3 @ 20

℔ 1 onz. $\frac{164}{325}$ de Aragon; y á 332 qq. 16 ℔ 2 onz. $\frac{5863}{8125}$ de Mallorca.

341. Dígame V. si 624 canas 6 palmos medida de Cataluña equivalen á 1161 varas 10 dedos $\frac{1739}{2500}$ de Castilla; á 1069 varas $\frac{389}{40000}$ de Valencia; á 1257 varas 2 palmos 5 dedos $\frac{211}{250}$ de Aragon; y á 619 canas 7 palmos $\frac{2577}{5000}$ de Mallorca.

342. Buscar si 184 cuarteras 9 cuartanes medida de Barcelona equivalen á 239 fanegas 1 cuartilla 1 celemin 1 cuartillo $\frac{238}{625}$ de Castilla, á 64 caices 7 barquillas 1 celemin $\frac{349}{2500}$ de Valencia; á 72 caices 5 fanegas 2 cuartales $\frac{139}{625}$ de Aragon; y á 182 cuarteras 1 barcella 3 almudes $\frac{423}{2000}$ de Mallorca.

343. Reduciendo 62 cargas 2 barrilones 12 mitadellas de vino medida de Barcelona, como en los problemas anteriores, se hallará que hacen 29 moyor 3 cántaras 5 azumbres $\frac{2127}{40000}$ de Castilla; 43 cargas 12 cántaras $\frac{15}{64}$ de Valencia; 47 nietros 6 cántaras $\frac{37351}{320000}$ de Aragon; y 279 cortins $\frac{155953}{320000}$ de Mallorca.

344. Con semejantes operaciones por medio de la tabla 6ª se hallará que 180 cargas de aceite medida de Barcelona, componen 1770 arrobas 2 cuartillas 4 libras de Cas-

tilla; 159 cargas 3 cántaros $\frac{3}{50}$ de Valencia; 1619 arrobas 16 libras 6 onzas $\frac{18}{25}$ de Aragon; y 458 pellejos 6 cuartanes 5 rótolos $\frac{2}{5}$ de Mallorca.

CAPÍTULO IV.

LECCION 1ª

Principios de álgebra.

P. Qué cosa es álgebra?

R. Es la ciencia que trata de la cantidad discreta y continua, esto es, una ciencia que trata de las cantidades consideradas en general.

P. Sírvase V. decirme de que manera se espresan en el álgebra las cantidades continuas?

R. En el álgebra toda cantidad ordinariamente se representa con alguna letra del abecedario, con la diferencia de que las cuatro últimas x, y, v, z, sirven para representar los resultados, las cantidades desconocidas, ó los términos que vamos á buscar; y las letras restantes sirven para representar los datos ó partidas conocidas.

P. Qué entiende V. por cantidades positivas y cantidades negativas?

R. Cantidad positiva es la que aplicada á alguna operacion hace aumentar el resultado, la cual se señala anteponiéndole el signo (+); y cantidades negativas son aquellas que aplicadas á alguna operacion hacen disminuir el resultado, y se indican poniendo antes de ellas el signo (—).

P. Con que nombres se distinguen los varios conjuntos de letras y números que forman una espresion algebraica?

R. Cuando se ha de repetir ó sumar varias veces el valor de una misma letra, se omite su repeticion, escribiéndola una sola vez, y poniendo antes de ella el número que indique las veces que se ha de sumar. Este número toma el nombre de coeficiente; de manera que en lugar de $a+a$ se escribirá $2a$, donde 2 es el coeficiente; en vez de $a+a+a+a+a$, se escribirá $5a$, donde 5 es el coeficiente, porque espresa las veces que se ha de repetir el valor de a.

P. No hay nada mas que advertir?

R. Si señor: cuando una letra se ha de multiplicar por sí misma una ó muchas veces, se escribirá una sola vez, poniendo en seguida sobre de ella el número que indique las veces que se ha de tomar por factor. Este número se llama esponente v. g. en vez de escribir $y \times y \times y \times y \times y$ se pondrá y^5, donde 5 es el esponente.

P. Qué cosa es término literal?

R. El que consta de signo, coeficiente, y letras con sus esponentes, como $(-3a^2bx^4)$ el cual se lee así; menos tres *a* dos, *bx* cuatro.

P. Cual es el coeficiente y el esponente del término (x)?

R. Cuando un término no lleva coeficiente ó esponente, se debe entender que es la unidad. Así: $x = 1\,x^1$.

P. Como se dividen las cantidades literales?

R. La cantidad literal, que consta de un solo término, como $3a^2b$, se llama monomio; cuando consta de dos términos, como, $5a^2 + 7x^2$ se llama binomio; si de tres, como $(2a - 5xz^2 + 7b^2y^2)$ trinomio; y si consta de muchos términos, como $(3a^2 - 7bx^3 + 5mn^2 - 6z^4 + 5xz^3)$, se llama polinomio.

P. Qué entiende V. por términos semejantes?

R. Son los que constan de unas mismas letras con iguales esponentes, y no importa que los signos ó coeficientes sean desiguales, v. g. $(-3a^2x)$ y $(+5a^2x)$ son dos términos semejantes.

P. Cuales son los términos que llaman desemejantes?

R. Son aquellos que tienen distintas letras, ó esponentes, v. g. $(5a^3bx^3)$ y $(4a^4bx^2)$.

P. Y los términos semejantes se pueden simplificar?

R. Si señor: si tuvieren un mismo signo, se sumarán los coeficientes de todos los términos, y si lo tuvieren diverso, se restarán, poniendo en este último caso el signo de la cantidad mayor; y escribiendo en seguida de esta suma ó diferencia las letras de uno de los términos, v. g.: simplificando los términos $7abx^2$, $+2abx^2+abx^2$ resulta $10abx^2$. Simplificando $5x^3z^4-3x^3z^4$, sale $+2x^3z^4$. Simplificando $6ab^3z-8ab^3z$, sale $-2ab^3z$. Y por último simplificando $7ab^2-3ab^2-4ab^2$, resulta cero. Todos estos ejemplos se ven resueltos en la tablilla siguiente.

$+7abx^2$	$+5x^3z^4$	$+6ab^3z$	$+7ab^2$
$+2abx^2$	$-3x^3z^4$	$-8ab^3z$	$-3ab^2$
$+\ abx^2$			$-4ab^2$
$+10abx^2$	$+2x^3z^4$	$-2ab^3z$	$\pm 0.$

P. Como se gobernará V. para hallar el valor de un término literal?

R. En lugar de las letras sustituiré sus valores; y haciendo las operaciones indicadas por los signos, el resultado de ellas manifestará el valor del término literal, v. g.: Búsquese el valor del término: $5x^3zy^2$ suponiendo que $x=6$, $z=4$, $y=2$. Este ejemplo se halla resuelto en la tablilla.

$$5x^3zy^2 = 5 \times 6 \times 6 \times 6 \times 4 \times 2 \times 2 = 17280.$$

P. Cuando en un término literal hay diferentes letras, de que manera se deben ordenar?

R. Solo con el fin de evitar la confusion que resultaria, se ordenarán siguiendo el órden alfabético.

LECCION 2ª

Sumar cantidades literales.

P. Como se gobernará V. para sumar cantidades literales?

R. Para sumar cantidades literales, se escribirán las unas en seguida de las otras con el mismo signo que cada una de ellas tiene; y si en la suma hubiere términos semejantes, se reducirán á su menor espresion.

345. Cual es la suma de ($2a$) ($-3b$). La de ($3a^3b$) y ($5a^3b$), y la de ($7a^2c$) ($-15a^2c$). Estas tres sumas se hallan resueltas en la tablilla signiente.

$+2a$	$+3a^3b$	$+7a^2c$
$-3b$	$+5a^3b$	$-15a^2c$
Suma $2a-3b$	Suma $+8a^3b$	Suma $-8a^2c$

346. Cual es la suma de ($2a-2b-2c$) con ($4a-4b-4c$). Esta suma es: ($6a-6b-6c$).

347. Cual es la suma de ($3a-4b$) con ($2a+2b$). Esta suma es: ($5a-2b$).

348. Cual es la suma de ($ab-cd$) sumado con ($mn+xs$). Es: ($ab-cd+mn+xs$).

Restar cantidades literales.

P. Como se gobernará V. para restar cantidades literales?

R. Escribiré los términos del minuendo con el mismo signo que cada uno tiene, y en seguida los del subtraendo mudando los signos, y esta cantidad será la diferencia; la que deberá simplificarse en caso que hubiese términos semejantes v. g.:

349. De $(4ab+4cd)$ quítese $(2ab+2cd)$. De $(4mn+6rs)$ quítese $(-2mn-2rs)$. Quítese $(-mn+2rt)$ de $(2ab-4cd)$. Estos tres ejemplos se hallarán resueltos en las tablillas siguientes.

$+4ab+4cd$ $+2ab+2cd$	$+4mn+6rs$ $-2mn-2rs$
Rª $4ab+4cd-2ab-2cd$ Simplificacion. $=2ab+2cd$	Rª $4mn+6rs+2mn+2rs$ Simplificacion. $=6mn+8rs$

$+2ab-4cd$ $-mn+2rt$
Resta $2ab-4cd+mn-2rt$ No se puede simplificar.

350. De $(4a^2b - 6x^2 + b^2z^3)$ quítese $(5a^2b + 2m^2 - 4x^2 + b^2z^3)$, y resultará: $-a^2b - 2x^2 - 2m^2$.

351. En un almacen tenia $8vx^3 - 12v^2 + 9vz^4$ arrobas de cierta mercadería, de las cuales he vendido $9vz^4 + 6vx^3 - 11v^2$. Pídese suponiendo que (v) equivale á 8 arrobas, (x) á 9, y (z) á 7, cuantas me quedaron? Me quedaron $2vx^3 - v^2$, cuyo valor es de 11600 arrobas.

352. He comprado $13b^2 + 8x^3z + 7bx + 5bx$ canas de cierta ropa, de las cuales he recibido ya $5x^3z + 12bx + 3x^3z + 9b^2$. Pregunto bajo el supuesto de que b se sustituye por 15 canas, x por 3, y z por 6, cuantas me faltan para el total cumplimiento. Me faltan $4b^2 = 900$ canas.

LECCION 3ª

Multiplicar cantidades literales.

P. Como se gobernará V. para multiplicar cantidades literales?

R. Primeramente, si los dos factores tienen un mismo signo, escribiré el signo (+) en el producto, pero si el uno de ellos tuviese el signo (+), y el otro el signo (—), escribiré el signo (—) en el producto. En una palabra signos semejantes dan (+) en el producto, y signos contrarios, ó desiguales dan el signo (—) en el producto.

Despues multiplicaré los coeficientes, y escribiré en seguida de este producto numérico todas las letras de entrambos factores, siguiendo el órden alfabético, y evitando la repeticion de una misma letra por medio de la suma de los esponentes.

P. Y cuando el multiplicando y el multiplicador tuvieren varios términos, como se resolverá la multiplicacion?

R. En este caso es preciso multiplicar todo el multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, y la suma de todos estos productos parciales será el producto total.

353. Resolviendo los tres ejemplos de multiplicar que siguen, saldrán los tres productos que se encuentran en la tablilla siguiente: 1.º $+5abc \times 3abx$. 2.º $-4aabz \times -2aczz$. 3.º $+3mnrr \times -2mx$.

1.º	2.º	3.º
$+5abc$	$-4aabz$	$+3mnrr$
$+3abx$	$-2aczz$	$-2mx$
$+15aabbcx=$	$+8aaabczzz$	$-6mmnrrx=$
$15a^2b^2cx$	$=8a^3bcz^3$	$-6m^2nr^2x$

354. Multiplicando $5a^3b^2z - 2abx^2$ por $4a^2bm^2$ resultará lo que manifiesta la tablilla siguiente.

$$\begin{array}{r} 5a^2b^2z - 2abx^2 \\ 4a^2bm^2 \\ \hline 20a^5b^3m^2z - 8a^3b^2m^2x^2 \end{array}$$

355. Cual es el producto de $7a^2c^3m$ multiplicado por $5amn^2x^3z^4$? Es $35\,a^3c^3m^2n^2x^3z^4$.

356. Cual es el producto de $(7a^2c^3m - 2x^3 + z^4) \times (5a^3b - c^2 + 2abx)$? Es $(35a^5bc^3m - 10a^3bx^3 + 5a^3bz^4 - 7a^2c^5m + 2c^2x^3 - c^2z^4 + 14a^3bc^3mx - 4abx^4 + 2abxz^4)$.

357. Cual es el producto de $(5a^4b^3 + 3a^3b^4 - 2a^2b^5)$ por $(a^2 - b^2)$? Es: $5a^6b^3 + 3a^5b^4 - 2a^4b^5 - 5a^4b^5 - 3a^3b^6 + 2a^2b^7$.

358. Cual es el producto de $(6a^2b^2 + 4ab^3 + a^4 + 4a^3b + b^4) \times (b^2 - 3ab^2 - a^3 - 3a^2b)$? Es: $6a^2b^4 + 4ab^5 + a^4b^2 + 4a^3b^3 + b^6 - 31a^3b^4 - 15a^2b^5 - 21a^5b^2 - 34a^4b^3 - 3ab^6 - a^7 - 7a^6b$.

359. Cual es el producto de $(a^m + b^m) \times (a^m - b^m)$? Este producto es: $a^{2m} - b^{2m}$.

360. Cual es el producto de $(a+b) \times (a+b)$ Este producto es $a^2 + 2ab + b^2$.

361. Cuanto valen $(3a^2b - x^2 + 3bx)$ quintales de cierta mercadería á razon de $5a^2 - 3x)$ reales el quintal. Suponiendo $a = 9$, $b = 5$, y $x = 3$? Valdrán 495396 reales.

LECCION 4ª

Partir cantidades literales.

P. Cómo se gobernará V. para partir una cantidad literal por otra?

R. Escribiré el signo (+) en el cociente siempre que el dividendo y divisor tuvieren un mismo signo; pero si tuviesen signos desiguales, esto es, si el uno tuviere el signo (−) y el otro el signo (+), pondré el signo (−) en el cociente. Partiré despues el coeficiente del dividendo por el coeficiente del divisor, y escribiendo en seguida todas las letras del dividendo quitadas las letras semejantes del divisor, estará concluida la operacion.

P. Y cuando el coeficiente del dividendo no se pudiere partir exactamente por él del divisor, como se hará la operacion?

R. En este caso el coeficiente del cociente será una cantidad fraccionaria, cuyo numerador será el coeficiente del dividendo, y el denominador será el coeficiente del divisor.

P. Y cuando las letras del divisor tuvieren esponentes mayores que en el dividendo, ó no se hallaren en este, como se resolverá la division.

R. Practicando rigurosamente la regla de los signos, en cuyos dos casos saldrán esponentes negativos en el cociente (*).

P. Y para dividir un polinomio por otro polinomio que se deberá hacer?

R. Para dividir un polinomio por otro, ordenaré los términos del dividendo y divisor segun la mayor dimension de alguna de sus letras comunes: ordenados así los términos, partiré el primer término del dividendo por el primero del divisor, y multiplicando todo el divisor por el cociente, restaré el producto del dividendo, y tendré el residuo primero. Partiré

(*) Observando esta regla resulta que partiendo x por x saldrá por cociente $x^{1-1}=x^{0}$; pero x partido por x es igual á 1; luego $x^{0}=1$. De donde se infiere que una letra elevada á la potencia cero, ó con cero de esponente es igual á la unidad. Asimismo $\frac{x}{x^{3}}=x^{1-3}=x^{-2}=\frac{1}{x^{2}}$. De donde se infiere: 1º que las cantidades que tienen esponente negativo son fraccionarias. 2º que toda letra que sea factor del numerador de un quebrado con esponente negativo puede pasar á ser factor del denominador con esponente positivo, y al contrario.

el primer término de este residuo por el primer término del divisor, y multiplicando este cociente, ó lo que resulta de esta segunda division por todo el divisor, restaré el producto que resultare del primer residuo, y tendré el residuo segundo. Practicando lo mismo con los residuos sucesivos hasta que salga un cociente exacto, ó que se descubra la ley que deban guardar entre sí sus términos, en caso de no ser exacta la division, estará concluida la operacion.

362. Cual es el cociente de $20a^3b+30a^3b^2x^3$ por $5a^2b$?

$$
\begin{array}{ll|l}
+20a^3b & +30a^3b^2x^3 & 5a^2b \\
-20a^3b & & \overline{4a+6abx^3} \\
\hline
0 & +30a^3b^2x^3 & \\
 & -30a^3b^2x^3 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Operacion. Partiendo el primer término $20a^3b$ del dividendo por el divisor $5a^2b$ da por cociente $4a$, que multiplicado por el divisor, y restado el producto de todo el dividendo, resulta $30a^3b^2x^3$ de residuo; el cual partido por el mismo divisor, resulta $6abx^3$ en el cociente, y cero de residuo. Luego el cociente que se busca es $4a+6abx^3$.

363. Cual es el cociente que resulta partiendo $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3$ por $x^2-2ax+a^2$?

$$\begin{array}{lll|l}
 & x^3-3ax^2+3a^2x-a^3 & & x^2-2ax+a^2 \\
 & x^3+2ax^2-a^2x & & x-a \\
\hline
\text{Residuo 1º} & -ax^2+2a^2x-a^3 & & \\
 & +ax^2-2a^2x+a^3 & & \\
\hline
\text{Residuo 2º} & 0 \quad 0 \quad 0 & &
\end{array}$$

Operacion. Partiendo el primer término x^3 del dividendo por el primero x^2 del divisor, resulta x en el cociente, con el residuo 1º que manifiesta la tablilla. Dividiendo ahora el primer término de este residuo $-ax^2$ por el primero x^2 del divisor resulta $-a$ por segundo término del cociente, y cero de residuo. Por lo tanto el cociente es $x-a$.

364. Cual es el cociente que resulta partiendo 1 por $(1-a)$?

$$\begin{array}{l|l} \quad 1 & 1-a \\ \hline -1+a & 1+a+a^2+a^3+a^4+a^5 \text{ \&c.} \end{array}$$

Residuo 1º. $+a$

$-a+a^2$

Residuo 2º.. $+a^2$

$-a^2+a^3$

Residuo 3º... $+a^3$

$-a^3+a^4$

Residuo 4º..... $+a^4$ &c.

Operacion. Siguiendo la operacion segun se ha practicado en el problema anterior, se ve que el cociente que resulta de esta division es: $1+a+a^2+a^3+a^4$ &c.: y como queda descubierta la ley que guardan entre sí los términos del cociente, se podrá aproximar hasta al infinito añadiéndole todos los términos que se quiera, sin necesidad de continuar la operacion.

365. Cual es el cociente que resulta partiendo $a^2+2ab+b^2$ por $a+b$? Este cociente es: $a+b$.

366. Búsquese el cociente de $6x^4-96$ partido por $3x-6$. Es $2x^3+4x^2+8x+16$.

367. Cual es el cociente que resulta partiendo a^6-b^6 por $a-b$? Es $a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5$.

368. Cual es el cociente que resulta partiendo $a^5bc+2a^4b^2c+a^3b^3c-a^3c^2-2a^2bc^2-ab^2c^2$ por $a^2+2ab+b^2$? Este cociente es a^3bc-ac^2.

369. Cual es el cociente que resultará partiendo a^2+x^2 por $a+x$? Es, $a-x+2a^{-1}x^2-2a^{-2}x^3+2a^{-3}x^4-2a^{-4}x^5$; ó bien pasando la a por denominador se tendrá:

$$a-x+\frac{2x^2}{a}-\frac{2x^3}{a^2}+\frac{2x^4}{a^3}-\frac{2x^5}{a^4}\ \&c.$$

370. Que cociente resulta partiendo $a^3b^2-v^{-1}z^5$ por $a^{-1}x$? Resulta $a^4b^2x^{-1}-av^{-1}x^{-1}z^5$, ó bien, $\frac{a^4b^2}{x}-\frac{az^5}{vx}$.

371. Pártase $a^4b^2c+a^4cxv+a^6c-a^5bc-a^2bx^3v-ab^2cx^2+a^3bc^2-a^3c^3-a^2b^3x^2+ab^3x^2+a^2bx^4+a^3b^2x^2+abc^2x^2-a^4bx^2-a^4cx^2-a^3b^2c$ por $a^4-ac^2-ab^2-a^3b+a^2b^2-a^2x^2+abc+a^2xv$, y saldrá por cociente: a^2c-bx^2.

De los quebrados literales.

P. Qué es lo que se debe advertir de los quebrados literales?

R. Lo que se ha de advertir de los quebrados literales es que con ellos se deben practicar con exactitud las reglas establecidas para la resolucion de las operaciones de los quebrados comunes.

Queda á cargo de los profesores proporcionar á sus discípulos algunos ejemplos de esta especie.

CAPÍTULO V.

LECCION 1ª

De la formacion de potencias.

P. Qué cosa es potencia de una cantidad?

R. Potencia es lo que resulta de multiplicar una ó muchas veces una cantidad por sí misma.

P. Cómo se dividen las potencias?

R. Se llama cuadrado ó potencia segunda cuando los factores iguales que la han producido son dos; cubo ó potencia tercera, cuando dichos factores iguales son tres; potencia cuarta cuando son cuatro, y asi sucesivamente.

P. No hay algun signo que sirve para indicar que una cantidad se ha de elevar á una potencia?

R. Si señor: para indicar que una cantidad se ha de elevar á una potencia, se pondrá la tal cantidad entre paréntesis, ó debajo de una línea; y en seguida de esta línea ó fuera del paréntesis, un poco mas alto se pondrá el número que indique á que potencia se ha de elevar; este número puesto así se llama esponente de la potencia, v. g.: para indicar que $3ab$ se ha de elevar al cuadrado, ó á la potencia 2ª., se espresará de esta manera: $(3ab^2)$, ó bien $\overline{3ab}^2$; para denotar que $2a^3b-x^3$ se ha de elevar al cubo ó á la potencia 3ª. se escribirá en esta forma $(2a^3b-x^3)^3$ ó bien $\overline{2a^3b-x^3}^3$; finalmente para indicar que 32 se ha de elevar á la potencia 4ª., se pondrá así; $(32)^4=1048576$.

P. Y para hacer esta operacion práctica, á cuantas cosas se deberá atender?

R. Si la cantidad es algun monomio, se deberá atender á tres cosas, que son, signos coeficientes y esponentes. En órden á los signos se debe tener presente, que toda potencia de esponente par lleva siempre signo positivo, y la de esponente ímpar conserva el signo que tiene la raiz. Los coeficientes se elevan á la potencia por las reglas de la multiplicacion. En punto á los esponentes, se debe multiplicar el de cada letra por el esponente de la potencia.

Si la cantidad fuese algun polinomio se elevará á la potencia por las reglas de la multiplicacion; pero como este método no deja de ser bastante engorroso, podremos servirnos en tal caso de alguna fórmula.

372. En la tablilla siguiente estan resueltos algunos ejemplos de esta especie.

1º $(2a^2b)^2 = +4a^4b^2$.	2º $(-2a^3b^2x)^3 = -8a^9b^6x^3$.
3º $(-3ax^3vz^4)^4 = 81a^4x^{12}v^4z^{16}$.	4º $\left(\frac{2x^2}{3az}\right)^2 = \frac{4x^4}{9a^2z^2}$
5º $(9)^2 = 9 \times 9 = 81$.	6º $(18)^3 = 18 \times 18 \times 18 = 5832$.

373. Cual es la potencia quinta de 7? Es 16807.

374. Cual es la potencia 3ª de 32? Es 32768.

375. Cual es el cuadrado de $-5a^3bx^4$? Es $+25a^6b^2x^8$.

376. Cual es el cuadrado de $(a+b)$? Es $a^2 + 2ab + b^2$.

377. Cual es la potencia 3ª de $2ab - 3x^2$? Es $8a^3b^3 - 36a^2b^2x^2 + 54abx^4 - 27x^6$.

378. Cual es la potencia 2ª de $\frac{x}{z^3}$? Es $+\frac{x^2}{z^6}$

379. Búsquese por las reglas de la multiplicacion cual es la potencia 5ª de $a+b$. Es-

ta potencia es $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$.

LECCION 2ª

De la estraccion de raices de cantidades monomias.

P. Qué cosa es raiz de una cantidad?

R. Es aquella cantidad, que multiplicada una ó muchas veces por sí misma, produce la potencia de que se llama raiz.

P. Qué nombre se da á las raices?

R. Se llama raiz cuodrada uno de los dos factores iguales que producen la potencia segunda: raíz cúbica cualquiera de los tres factores iguales que han producido el cubo ó potencia 3ª; raíz cuarta uno de los cuatro factores iguales, de cuya continua multiplicacion resulta la potencia 4º, y así sucesivamente, v. g.: 2 es la raíz cuadrada de 4; 3 es la raíz cúbica de 27; 2 es la raíz 4ª de 16 &c.

P. No hay algun signo que sirve para denotar que se ha de extraer la raiz de una cantidad?

R. Si señor, esta señal $\sqrt{}$, entre cuyas piernas se escribe el número, que indique de que grado ha de ser la raiz que se ha de estraer: de manera que si este número que llamamos esponente radical es 1, indica raiz 1ª, que es la misma cantidad; si es 2 indica raiz cuadrada ó 2ª; si es 3 significa raíz 3ª ó cúbica, y así de las demas.

P. Y cómo se deberá proceder á la operacion práctica de este problema?

R. Si el esponente de la raíz es par, se le pondrá el signo de ambigüedad $\pm$, si es ímpar se le pondrá el signo que lleve la potencia; y si el esponente de la raíz fuere par, y la potencia tuviere el signo negativo, la tal raiz será imaginaria ó imposible. En órden á los coeficientes se estraerá su raíz por las reglas de aritmética, y en punto á los esponentes, se partirán todos los esponentes por el esponente radical.

380. En la tablilla siguiente se resuelven algunos ejemplos de esta especie.

$1^{o}\ \sqrt{a^4b^6}=\pm a^2b^3$. $2^{o}\ \sqrt[3]{-a^9b^{12}c^{15}}=-a^3b^4c^5$.

$3^{o}\ \sqrt[3]{a^6b^3x^2}=+a^2bx^{\frac{2}{3}}$. $4^{o}\ \sqrt[2n]{a^mc^6x^5}=a^{\frac{m}{2n}}c^{\frac{6}{2n}}x^{\frac{5}{2n}}$

$$5^{o}\ \sqrt[3]{-\frac{a^9c^{12}}{b^9}}=-\frac{a^3c^4}{b^3}.$$

P. Y con que nombre espresamos las cantidades que llevan este signo $\sqrt{}$.

R. Con el nombre de radicales.

P. Cómo se gobernará V. para sumar radicales?

R. Las escribiré todas en un renglon con el signo que tiene cada una.

381. Cual es la suma de $5a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}-4c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}$, con $2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}-8b^2a^3\sqrt[5]{a^2}-12c^2\sqrt{bc}$. Este ejemplo se halla resuelto en la tablilla siguiente.

Suma... $5a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}-4c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}+2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}-8a^3b^2\sqrt[5]{a^2}-12c^2\sqrt{bc}$.

Suma reducida. $-3a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}-16c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}+2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}$.

P. De que manera se han de restar las cantidades radicales?

R. Se escribe el minuendo con los propios signos, y en seguida las radicales que forman el subtraendo mudando el signo á cada uno de sus términos.

382. De $5a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}-4c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}$ quítese $2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}-8a^3b^2\sqrt[5]{a^2}-12c^2\sqrt{bc}$. La resolucion de este ejemplo es como sigue:

Diferencia. $5a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}-4c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}-2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}+8a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+12c^2\sqrt{bc}$.

Diferencia reducida. $13a^3b^2\sqrt[5]{a^2}+3a^4b^3\sqrt[7]{a^2b^3}+8c^2\sqrt{bc}+\sqrt[4]{a^3b^3}-2a^2\sqrt[7]{a^2b^3}$.

P. Cómo se gobernará V. para multiplicar radicales?

R. Si las radicales que se han de multiplicar son de un mismo grado, se multiplican como las demas cantidades literales; pero si son de diferente grado se reducirán primero á radicales de una misma especie, lo que se conseguirá multiplicando el esponente radical de cada una de ellas, y todos los esponentes de las letras que estan debajo del signo por el producto de todos los demas esponentes radicales, lo que se podrá comprender con los dos ejemplos que siguen.

383. 1º ... $\sqrt{a^3b^2}$
$\times \sqrt{a^2mn^3}$

$\sqrt{a^5b^2mn^3}=a^2bn\sqrt{amn}$

2º . $\sqrt{a^3c} = \sqrt[6]{a^9c^3}$
$\times \sqrt[3]{a^2b^2x}=\sqrt[6]{a^4b^4x^2}$

$\sqrt[6]{a^{13}b^4c^3x^2}=a^2\sqrt[6]{ab^4c^3x^2}$

P. Cómo se gobernará V. para partir radicales?

R. Escribiré el dividendo por numerador de un quebrado, y el divisor por denominador; y este tal quebrado será el cociente. Si los radicales fueren de diverso grado, los reduciré á una misma especie por las reglas dadas, lo cual se vé en los dos ejemplos siguientes:

384. 1º .. $\dfrac{\sqrt[3]{a^4b^3}}{\sqrt[3]{ac^2}}=\sqrt[3]{\dfrac{a^3b^3}{c^2}}$.

2º .. $\dfrac{\sqrt[3]{ab^2c}}{\sqrt{a^2bx}}=\dfrac{\sqrt[6]{a^2b^4c^2}}{\sqrt[6]{a^6b^3x^3}}=\sqrt[6]{\dfrac{bc^2}{a^4x^3}}$.

P. Y los radicales se pueden elevar á potencias?

R. Si señor; se elevarán á potencias, partiendo el esponente radical por el esponente de la potencia á que se han de elevar, v. g.: $(\sqrt[4]{a^3bx^2})^2 = \sqrt[2]{a^3bx^2}$.

P. De que manera se estraen las raices de los radicales?

R. Para estraer una raiz de una radical, se multiplicará el esponente radical por el de la raiz, v. g.: $\sqrt{\sqrt[3]{a^5bx}} = \sqrt[6]{a^5bx}$.

LECCION 3.ª

Elevar un binomio ú otro complexo literal á una potencia cualquiera sin valerse de la contínua multiplicacion.

P. Qué se debe practicar para elevar de golpe un binomio á una potencia cualquiera?

R. Lo primero que se debe hacer es buscar por medio de la multiplicacion algunas potencias del simple binomio $a+b$, y hacer sobre ellas algunas observaciones.

Raiz.	Potencias.
$a+b$..	1.ª
$a^2+2ab+b^2$..	2.ª
$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$..	3.ª
$a^4+4a^3b+6a^2b^3+4ab^3+b^4$.	4.ª
$a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$.	5.ª
&c.	&c.

P. Qué observaciones se pueden hacer con las potencias del binomio $a+b$, contenidas en la tabla anterior.

R. Que para elevar de golpe el simple binomio $a+b$, á una potencia cualquiera, se puede hallar de repente el oficio de (a), primera parte de la raíz, en todos los términos de la potencia; pues se observa que en el primero lleva siempre un esponente igual al de la potencia, y que en los términos siguientes va sucesivamente disminuyendo de una unidad, hasta llegar á ser cero en el último; y así en la cuarta potencia será a^4, a^3, a^2, a, a^0. Al contrario (b), segunda parte de la raíz, empieza en el primer término de la potencia con el esponente cero, aumenta de una unidad en cada término sucesivo, y acaba en el último con un esponente igual al de la potencia: y así en la cuarta potencia serán b°, b, b^{2}, b^{3}, b^{4}, y así en las demas potencias. Ultimamente se observa, que el coeficiente de cada uno de los términos de una potencia, es el producto del coeficiente del término anterior por el esponente que en tal término lleva la primera parte de la raiz, partido este producto por el número que indica los términos que preceden á aquel, cuyo coeficiente se busca, v. g.: el coeficiente del tercer término de la 4ª potencia es; $\frac{4\times 3}{2}=6$, el del 4º término es $\frac{6\times 2}{3}=4$ &c.

P. Sírvase V. poner en práctica las observaciones antecedentes, elevando el binomio $(a+b)$ á la sexta potencia.

385. R. Lo haré con mucha facilidad en la tabla siguiente.

A. . . .	a^{6}, a^{5}, a^{4}, a^{3}, a^{2}, a, a°.
B. . . .	b°, b, b^{2}, b^{3}, b^{4}, b^{5}, b^{6}.
C.	$a^{6}+6a^{5}b+15a^{4}b^{2}+20a^{3}b^{3}+15a^{2}b^{4}+6ab^{5}+b^{6}$

Operacion. El oficio de la (a) primera parte de la raiz, es el que manifiesta el renglon *A*.

El oficio de (b) segunda parte de la raíz, es el que demuestra el renglon *B*.

Multiplíquese ordenadamente los términos del renglon *A*, por los del renglon *B*, y pónganse los productos en *C*.

Búsquese el coeficiente á cada término, y estará concluida la operacion.

El coeficiente del segundo término es $\frac{6\times 1}{1}=6$, el del tercero $\frac{6\times 5}{2}=15$. el del cuarto $\frac{15\times 4}{3}=20$, el del quinto $\frac{20\times 3}{4}=15$, el del sexto $\frac{15\times 2}{5}=6$, y el del séptimo es $\frac{6\times 1}{6}=1$.

P. Y si los términos del binomio tuviesen coeficentes y esponentes distintos de la unidad, de qne modo los elevaria á una potencia?

R. Lo 1.º elevaria el simple binomio ($a+b$) á la potencia dada.

2.º En lugar de los términos y potencias de cada una de las partes del simple binomio, substituiria los términos y potencias de cada una de las partes de la espresion propuesta, y estaria concluida la operacion, v. g.:

386. Elévese ($3x^2-2z^3$) á la potencia 2.ª

Operacion. Haciendo $a=3x^2$, y $b=-2z^3$, se tendrá: $a^2=9x^4$, $b^2=4z^6$, $a+b=3x^2-2z^3$.

Elévese $a+b$ á la potencia segunda y substituyendo, resultará el binomio

$$a=3x^2$$
$$b=-2z^3$$
$$a^2=9x^4$$
$$b^2=4z^6$$
$$a+b=3x^2-2z^3$$
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(3x^2-2z^3)^2=9x^4-12x^2z^3+4z^6$$

$3x^2-2z^3$ elevado á la potencia segunda, cuyas operaciones se hallan en la tablilla adjunta.

P. Y si la cantidad que se hubiese de elevar á una potencia fuese algun complexo literal, de que principios se servirá V.?

387. R. Me serviré de los mismos principios; empleando la substitucion, lo que se puede comprender con el ejemplo que sigue: elévese el trinomio $(a+x-z)$ á la potencia segunda.

A.. $b=x-z$
B.. $b^2=x^2-2xz+z^2$
C.. $a+b=a+x-z$
D.. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
E.. $(a+x-z)^2=a^2+2ax-2az+x^2-2xz+z^2$

Operacion. Haciendo renglon (A), $b=x-z$, será (B) $b^2=x^2-2xz+z^2$, y (C) $a+b=a+x-z$.

Elévese (*D*) $a+b$ á la potencia segunda; y substituyendo en los términos de dicha potencia, en lugar de b, y b^2, sus iguales (*A*) (*B*), se tendrá el trinomio: $a+x-z$ (*E*) elevado á la potencia segunda. Con iguales operaciones se elevaria un complexo literal cualquiera á una potencia dada.

LECCION 4.ª

Regla general para sacar una raíz cualquiera de un complexo literal.

P. Qué se debe observar para estraer una raíz cualquiera de un complexo literal?

R. Que el primer término de una potencia es siempre la potencia superior de la primera parte de la raíz, y el segundo es la potencia inmediata inferior á la antecedente, multiplicada por la segunda parte de la raíz, y por el esponente del término anterior. Así en la potencia 5.ª de $a+b$, el primer término es a^5, potencia superior de (a); y el segundo es $5a^4b$, que es la potencia inmediata inferior a^4 multiplicada por b, segunda parte de la raíz, y por 5, esponente del término anterior.

De estas observaciones nace la regla general siguiente para estraer una raiz cualquiera de un complexo literal.

1º Ordenados los términos de la cantidad dada segun la mayor dimension, ó esponentes de alguna de sus letras, sáquese la raíz que se pide del término primero, la cual será la primera parte de la raiz que se busca.

2º Elévese la raíz hallada á la potencia espresada por el esponente de la raíz, y restada de la cantidad dada se tendrá un dividendo. Para hallar el divisor elévese la primera parte hallada á una potencia inferior de una unidad al esponente de la raíz que se busca, y multiplíquese por el esponente de la misma raíz.

3º Pártase el primer término de la diferencia por el divisor hallado, y el cociente será la segunda parte de la raiz.

4º Si en la raíz hubiere mas términos, se considerará toda la raiz hallada como una cantidad simple, y para hallar el tercer término se repetirá lo mismo que se ha hecho para hallar el segundo, y si la raíz no es exacta se continuará la operacion hasta que se descubra la ley que guarden entre sí sus términos, y quedará concluida la operacion.

386. Sáquese la raiz cúbica de $a^3 - 6a^2x + 12ax^2 - 8x^3$.

	Raiz.
$a^3 - 6a^2x + 12ax^2 - 8x^3$	$a - 2x$
$-a^3$	
0	
Dividendo. . $-6a^2x$ &c.	$3a^2$ divisor.
$+6a^2x$	$-2x$. 2ª parte de la raiz.
0	

Operacion. Ordenados los términos segun la mayor dimension de a, sáquese la raíz cúbica del primer término a^3, que es (a), y será la primera parte de la raíz. Elévese (a) á la potencia tercera, y restada de la cantidad dada, tendrémos por diferencia ó dividendo $-6a^2x + 12ax^2$ &c.

Elévese (a) á la potencia segunda, y multiplíquese esta potencia por (3) esponente de la raíz y tendrémos el divisor $3a$.

Hágase la division, y el cociente $-2x$ será la segunda parte de la raíz.

Elévese toda la raíz hallada $(a - 2x)$ á la potencia tercera, y como resulta igual á la cantidad dada, la raíz que se pedia es exacta.

LECCION 5ª

Estraer una raíz cualquiera de una cantidad numérica.

P. Como se gobernará V. para estraer una raíz cualquiera de una cantidad numérica?

R. Como toda cantidad numérica se puede espresar por un binomio, por ejemplo: $3426=3000+426=3400+26=3420+6$, se sigue que la regla antecedente es tambien aplicable á las cantidades numéricas, la cual substancialmente es la siguiente:

1ª *Regla.* Divídese la cantidad propuesta en casillas, que cada una conste de tantas cifras, cuantas unidades haya en el esponente de la raíz que se estrae, empezando esta separacion por la nota de las unidades, hácia la izquierda en las cifras de enteros, y hácia la derecha en las figuras decimales.

2ª Sáquese la raíz propuesta de la primera casilla de la izquierda, la cual será la primera nota de la raíz.

3ª Elévese la raíz hallada á su potencia, la cual restada de la primera casilla, júntese á la derecha de la diferencia la primera nota de la casilla siguiente, y se tendrá un dividendo. Para hallar el divisor elévese la raíz hallada á una potencia inferior de una unidad al esponente de la raíz que se busca, y multiplíquese esta potencia por el esponente de la raíz.

4ª El cociente de esta division será la segunda nota de la raíz.

5ª Elévese toda la raíz hallada á su potencia, la cual restada de las dos primeras casillas, júntese á la derecha de la diferencia la primera nota de la casilla siguiente, y se tendrá un dividendo. Para hallar el divisor elévese toda la raíz hallada á la potencia inferior de una unidad al esponente de la raíz que se busca, y multiplíquese esta potencia por el esponente de la raíz.

6ª El cociente de esta division será la tercera nota de la raíz. Prosígase con este mismo órden hasta llegar á la última casilla, y quedará hecha la operacion, v. g.: Cual es la raíz cúbica de 41421736?

Operacion. Dividida la cantidad en casillas de á tres cifras, sáquese la raíz cúbica de la primera casilla 41, la cual es 3, y póngase á parte.

41,421,736		Raiz
27		346
14,4	27	
	4	
41421		
39304		
2117,7	3468	
	6	

Réstese 27 potencia tercera de 3 del 41, y añadiendo á la diferencia la primera nota de la casilla siguiente, se tendrá el dividendo 144. Multiplíquese 9 potencia segunda de la raíz 3 por el esponente 3, y el producto 27 será el divisor.

Hágase la division, despreciando el residuo, y el cociente 4 será la segunda nota de la raíz.

Elévese la raíz hallada 34 á la potencia tercera, la cual restada de las dos primeras casillas, y juntando á la derecha de esta diferencia la nota de la casilla siguiente, se tendrá el dividendo 21177.

Para hallar el divisor, multiplíquese 1156, potencia segunda de 34, por el esponente 3, y resultará 3468.

Hágase la division, despreciando el

residuo, y el cociente 6, será la tercera nota de la raíz.

Elévese el 346 á la potencia tercera, y como resulta igual al número dado, la raíz es exacta.

Estraer la raíz cuadrada de una cantidad numérica por abreviacion.

P. Como se gobernará V. para estraer la raiz cuadrada de una cantidad numérica?

R. Dividiré el número propuesto en casillas de á dos guarismos, empezando por la derecha, y no le hace que la última casilla contenga solo un guarismo; se saca la raiz cuadrada de esta última casilla, y se coloca sobre una línea que á este fin se tira á la derecha del número propuesto; esta raiz se cuadra, y el cuadrado se resta de dicha casilla; al lado de la resta se baja el período siguiente, y se separa con una coma el guarismo de la derecha, lo que queda á la izquierda de la coma se divide por el duplo de la raiz hallada, que para mayor sencillez se coloca debajo de lo separado con la coma, el cociente se coloca en la raiz y tambien al lado del duplo de la raiz hallada antes; se multiplica el duplo de la raiz, junto con el cociente, por el mismo cociente, cuyo producto se resta del residuo anterior junto con la casilla que se le añadió; al lado de la resta se baja la casilla siguiente, se separa el último guarismo, y lo que queda á la izquierda se parte por el duplo de toda la raiz hallada; y así se continúa hasta que no haya mas casillas que bajar; en cuyo caso si la última resta es cero el número tiene raiz exacta, y sino podrá aproximarse á decimales, añadiendo al número propuesto casillas de ceros en clase de decimales, y siguiendo la operacion cuanto se quiera, v, g.:

387. Cual es la raiz cuadrada de 54756?

5.4 7,5 6	234 raiz.
1 4 7	A
4 3	
1 8 5.6	
4 6 4	
0 0 0	

Operacion. Dividida la cantidad en casillas, y estrayendo la raiz cuadrada de 5 encuentro ser 2, que pongo sobre la línea *A*; el cuadrado de 2 es 4, que restado de 5 es 1, á cuya derecha bajo la casilla 47, separando el 7 con una coma; partiendo el 14 por 4 duplo de la raiz, que escribo debajo del mismo 14, pondré el cociente 3 en la línea *A*, y á la derecha del duplo de la raiz 4; multiplicando 43 por el cociente 3, y restado el producto del 147 sobra 18, que escribo debajo del mismo 43, y junto á su derecha la casilla 56, separando con una coma el 6, escribo 46 duplo de toda la raiz debajo del 185; parto el 185 por 46, y pongo el cociente 4 en la línea *A*, y en seguida del 46 duplo de la raiz; multiplico el 464 por el cociente 4, y restado el producto de 1856 encuentro cero de residuo, por donde infiero que la tal raiz es exacta.

388. Cual es la raiz cuadrada de 190096? Es 436.

389. Busque V. la raiz cuadrada de 7328645. La tal raiz es: 2707 y sobran 796.

390. Cual es la raiz cuadrada del número 72896324? Esta raiz es: 8537 y sobran 15955.

CAPÍTULO V.

LECCION 1ª

Del análisis.

P. Qué cosa es análisis?

R. Se llama análisis aquella parte del álgebra que trata de resolver los problemas, despues de puestos en ecuacion.

P. Qué entiende V. por ecuacion?

R. Se llama ecuacion toda cantidad igual á otra siempre que esta igualdad esté representada con este signo (=).

P. Cuales son los miembros de la ecuacion?

R. Se llama primer miembro de la ecuacion la cantidad que hay antes del signo =, y segundo miembro la que va despues de él.

P. Qué es término incógnito de la ecuacion?

R. Término incógnito de una ecuacion es aquel que está representado con alguna de las cuatro últimas letras del abecedario, los demas se llaman términos conocidos.

P. Cómo se dividen las ecuaciones?

R. En determinadas é indeterminadas. Ecuaciones determinadas son aquellas, cuyo número de incógnitas es igual al número de ecuaciones del problema, é indeterminadas aquellas cuyo número de incógnitas escede al número de ecuaciones del problema.

P. Y cada una de estas especies de ecuaciones no se subdivide en otras?

R. Si señor: una y otra se subdividen en ecuaciones de primer grado, cuando el mayor esponente de la incógnita es 1, v.g.: $x-a=b$; de 2º grado cuando la incógnita tiene 2 de esponente v. g.: $x^2-a=b$; de tercer grado cuando tiene 3 de esponente; y así sucesivamente de 4º, 5º &c. grados.

P. Y las ecuaciones de grados superiores en cuantas especies se dividen?

R. En puras ó incompletas, que son aquellas en que la incógnita tiene en todos los términos donde se halla un mismo esponente, que es el que da nombre á la ecuacion v. g.: $3x^2-a=b+\frac{x^2}{e}$; y en mistas, afectas ó completas, que son aquellas que ademas del término donde se halla la incógnita con el mayor esponente, se encuentra en otros términos con esponentes inferiores, v. g.: $x^2+x=a$.

P. Como se resuelven las ecuaciones de primer grado que no contienen mas de una incógnita?

R. 1º Se pasan al primer miembro por vía de adicion ó sustraccion todos los términos del segundo miembro, donde está la incógnita.

2º Se pasan del mismo modo al segundo miembro todos los términos conocidos del miembro primero.

3º Si en la ecuacion hubiere quebrados que contengan la incógnita, se harán desaparecer multiplicando todos los términos de ella por el producto de sus denominadores.

4º Abreviaré por vía de reduccion todos los términos semejantes de uno y otro miembro.

5º Si la incógnita estuviese multiplicada por alguna cantidad, ó lo que es lo mismo, si tuviere coeficiente distinto de la unidad, partiré entrambos miembros de la ecuacion por el tal coeficiente, y con esto quedará resuelta la ecuacion y descubierto el valor de la incógnita.

391. El cuádruplo de los años que tiene Pedro menos 13, es igual al duplo de sus años con su mitad y tercio mas 8.

Pídese cuantos años tiene Pedro?

Operacion.

$$
\begin{array}{l}
A \ldots 4x - 13 = 2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 8 \\
B \ldots 4x - 13 - 2x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 8 \\
C \ldots 4x - 2x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 8 + 13 \\
D.\ 24x - 12x - 3x - 2x = 48 + 78 \\
E \ldots 7x = 126 \\
F \ldots \quad x = 18
\end{array}
$$

Suponiendo que los años que tiene Pedro estan representados por x, que es la incógnita, porque es lo que se busca, su cuádruplo será $4x$, la mitad de los mismos años será $\frac{x}{2}$, y su tercio $\frac{x}{3}$. Luego el mismo problema escrito algebraicamente, será lo que se presenta en la ecuacion *A* de la tablilla.

1º Haciendo pasar al miembro primero todos los términos incógnitos del miembro segundo resulta la ecuacion *B*.

2º Haciendo pasar al miembro 2º todos los términos conocidos del miembro primero, resultará la ecuacion *C*.

3º Multiplicando todos los términos de la ecuacion por 6, producto de los denominadores, y reduciendo á enteros los quebrados impropios que resultan de los productos, saldrá la ecuacion *D*.

4º Reduciendo los dos miembros de la ecuacion, abreviando los términos semejantes, resultará la ecuacion *E*.

5º Ahora partiendo entrambos miembros por 7, coeficiente de la incógnita, resulta la ecuacion F; donde se ve descubierto el valor de x, y como esta letra se ha empleado por los años de Pedro, se sigue que los años de Pedro son 18.

392. Si los tres quintos del número de carneros que hay en un rebaño se parte por su décimo, saldrá por cociente la mitad de los carneros del rebaño menos 34. Decidme cuantos carneros hay en el rebaño? Resolviendo esta ecuacion $\frac{3x}{5} \backslash \frac{x}{10} = \frac{x}{2} - 34$, resulta que los carneros que se piden son 80.

393. Un ejército consta de tantos soldados, que la suma de su mitad, tercio y cuarto componen 26000. Pídese cuantos soldados hay. Resolviendo esta ecuacion $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=26000$ se hallará que dicho ejército consta de 24000 soldados.

394. Tres compañeros han de partirse 720 doblones, de suerte que el segundo debe percibir 40 doblones mas que el primero, y el tercero ha de tener 80 mas que el primero. Pídese cuantos doblones tocarán á cada uno? Resolviendo esta ecuacion $x+x+40+x+80=720$: se hallará que al 1º le tocan 200, al 2º 240, y al 3º 280.

395. Preguntado Pitágoras del número de sus discípulos, respondió: la mitad estudia la geometría, la cuarta parte la filosofía, la séptima parte la retórica, y á mas de estos hay 3 que esperan para ser instruidos. Pídese cuantos discípulos tenia Pitágoras? Resolviendo esta ecuacion $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3$ se hallará que el número de sus discípulos era 28.

396. Si de la suma de la mitad y tercio de los doblones que tiene Juan, se quita el quinto de los mismos doblones, saldrá por diferencia el número de doblones que tiene menos 100. Decidme, cuantos tiene? Resuélvase esta ecuacion $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = x - 100$, y se hallará que Juan tiene $272 \frac{8}{11}$.

397. Un jugador entrando al billar, en la primera jugada triplicó su caudal, en la segunda perdió la mitad de lo que tenia al principio, y en la tercera ganando los tres quintos de lo que tenia tambien al principio, se halló con el triplo de los pesos con que se puso á jugar, mas uno. Pregunto con cuantos pesos se puso á jugar? Resolviendo esta ecuacion $3x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 3x + 1$ se hallará que al principio del juego tenia 10 pesos.

398. Un comerciante en una compra de trigo que hizo, duplicó su caudal; despues en otra compra de vino tuvo de pérdida los dos quintos del capital que tenia primeramente; y como perdiese en otro negocio la mitad de su primer caudal y 30 pesos mas, se halló tan rico como al principio. Pídese con cuantos pesos se puso á negociar? Resolviendo esta ecuacion $2x-\frac{2x}{5}-\frac{x}{2}-30=x$, se ve que el comerciante se puso á negociar con 300 pesos.

399. Un sujeto en un viage, que duró tres semanas gastó en la primera el cuarto del dinero que tenia, en la segunda el tercio de lo que le quedó, y en la tercera los dos quintos de este residuo: contando despues el dinero halló el cuarto de lo que tenia al principio y cuatro pesetas mas. Pregunto con cuantas pesetas empezó su viage? Resuélvase esta ecuacion $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=\frac{x}{4}+4$, y se hallará que principió el viaje con 80 pesos.

400. Encontró un general á una partida de soldados que iba de guerrilla, y preguntando cuantos soldados habia en la guerrilla, el comandante le contestó diciendo: con estos soldados, otros tantos

como estos, la mitad de estos, la cuarta parte de estos y V. E. componemos ciento cabales. Se pregunta cuantos soldados iban de guerrilla? Esta ecuacion $x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+1=100$ indica que habia 36 soldados.

401. En cuantas horas se molerán 360 cuarteras de trigo en un molino, en el cual hay cuatro muelas, de las cuales la 1ª muele 9 cuarteras por hora, la 2ª ocho cuarteras, la 3ª siete, y la 4ª seis? Esta ecuacion $9x+8x+7x+6x=360$, indica que lo molerán en 12 horas.

402. En cuantas horas se vaciarán 62 cargas de vino que contiene un lagar, en el que hay dos canillas, de las cuales la 1ª mana 8 cargas en 3 horas, y la 2ª 5 cargas en 2 horas? Resolviendo esta ecuacion $\frac{8x}{3}+\frac{5x}{2}=62$, se hallará que dicho lagar quedará del todo vaciado en 12 horas.

403. Buscar un número tal que la suma de su mitad, tercio, cuarto, quinto y sexto sea 1392. Resolviendo esta ecuacion $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+\frac{x}{6}=1392$, se hallará que el número que se busca es 960.

404. Un comerciante dejó la tercera parte de sus bienes á su hijo, á una hija la cuarta parte, á su muger el quinto, el

noveno para bien de su alma, y los 3800 pesos restantes paraque se distribuyesen á los pobres. Pídese cuanto tenia el tal comerciante? Resolviendo la ecuacion $x = \frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+\frac{x}{9}+3800$, se hallará que dicho comerciante dejó 36000 pesos.

405. Se habia de repartir una suma de dinero entre cuatro compañeros, con la circunstancia de que el segundo debia percibir 5 doblones menos que el primero, el tercero 3 mas que el segundo, y el cuarto 17 mas que el tercero. Hecha la particion, el cuarto se halló con tantos doblones como el primero y el segundo juntos: pídese cuantos doblones tocaron á cada compañero? Si x representa la parte del primer compañero, $x-5$ será la del segundo, $x-2$ la del tercero, y $x+15$ la del cuarto. Luego resolviendo la ecuacion $x+15=x-5+x$, se hallará que al primer compañero tocaron 20 doblones, al segundo 15, al tercero 18, y al cuarto 35.

406. De dos cubas de vino de igual capacidad se sacaron de la una 64 cargas; y de la otra 128: pídese habiendo quedado en la una el triplo de vino que en la otra, cuantas cargas cabian en cada cuba

estando llenas? Siendo x las cargas de vino que caben en cada cuba, será $x-64$ el vino que quedó en la primera, y $x-128$ el que quedó en la otra; resolviendo, pues, la ecuacion $x-64=3\ (x-128)$ se hallará que en cada cuba cabian 160 cargas.

407. Un padre, con el fin de estimular á su hijo, le dijo: cada dia que sepas la leccion te regalaré 4 cuartos, mas tu perderás 5 por cada dia que no la sepas. Al cabo de 30 dias hábiles, ajustando las cuentas, el padre tuvo que dar al hijo 66 cuartos. Pídese cuantos dias supo el hijo la leccion? Si se representa por x el número de dias que el hijo supo la leccion, será $30-x$ los dias que no la supo: resolviendo, pues, la ecuacion $4x-5\ (30-x)=66$, se hallará que el hijo supo la leccion 24 dias, y holgó 6.

408. De dos jugadores el mas diestro ofreció al otro 18 reales contra 10 por partida: despues de haber jugado 20 partidas, el mas diestro recibió del otro 60 reales. Pídese cuantas partidas ganó y cuantas perdió? Si espresamos por x las partidas ganadas por el jugador mas diestro, será $20-x$ el número de partidas que

perdió; luego ganó 10 x reales, y perdió 18 (20—x) reales; luego resolviendo esta ecuacion: $10x-18(20-x)=60$, se hallará que el jugador mas diestro ganó 15 partidas y perdió 5.

409. Dividir el número 60 en dos partes tales, que la menor aumentada de su mitad sea igual á la mayor disminuida de 10. Siendo x la parte menor, será $60-x$ la mayor, y la ecuacion será $x+\frac{x}{2}=60-x-10$, la cual resuelta indicará que la parte menor es 20, y la mayor es 40.

410. Buscar dos números, cuya diferencia sea 2, y la diferencia de sus cuadrados 16. Siendo x el número menor será $x+2$ el mayor, cuyos cuadrados son x^2, y x^2+4x+4; con los cuales formando y resolviendo la ecuacion $x^2+4x+4-x^2=16$, se tendrá que el número menor es 3, y el mayor es 5.

411. Buscar un número que dividido ya en mitades, ya en tercios, el continuo producto de las mitades sea igual al continuo producto de los tercios. Resolviendo esta ecuacion $\frac{x}{2} \times \frac{x}{2} = \frac{x}{3} \times \frac{x}{3} \times \frac{x}{3}$, se hallará que el número que se pide es $6\frac{3}{4}$.

LECCION 2ª

Resolucion de las ecuaciones de primer grado cuando hay mas de una incógnita.

P. Cómo se gobernará V. para resolver las ecuaciones de primer grado cuando hubiere varias incógnitas?

R. Determinaré en la primera ecuacion el valor de una de las incógnitas, en valores de las otras; el cual substituido en las demas ecuaciones, resultará una ecuacion menos y una incógnita menos; luego en una de estas determinaré otra incógnita, y substituiré su valor en las demas; y así continuaré hasta que haya una sola ecuacion con una sola incógnita; en cuyo caso se despejará y se substituirá su valor en los de las anteriores, y con esto quedarán conocidos los valores de todas las incógnitas.

412. Buscar dos números cuya suma sea 52 y la diferencia 8.

Operacion. Suponiendo que x representa el número mayor, y z el menor; y puesto que la suma de estos dos números es igual á 52 se tendrá la ecuacion A, y siendo su diferencia 8 se tendrá la ecuacion *E*. Buscando el valor de *x* se tendrá la

$A..x+z=52$	$E..x-z=8$
$B...x=52-z$	$F.52-z-z=8$
$C..x=55-22$	$G..-z-z=8-52$
$D..x=30$	$H..-2z=-44$
	$I......2z=44$
	$L.......z=22$

ecuacion *B*, el cual substituido en la ecuacion *E*, resultará la ecuacion *F*. Ahora se tiene ya una ecuacion con una sola incógnita, que despejándola por medio de las ecuaciones *G*, *H*, *I*, *L*, se tendrá conocido el valor de *z* igual á 22; el cual substituido en la ecuacion *B*, resultará la ecuacion *C*, que reducido el segundo miembro, nos dará la ecuacion *D*, la cual manifiesta que el número mayor es igual á 30.

413. Un labrador vendió una partida de granos, de 3 cuarteras de trigo y 40 de cebada por 270 reales; despues vendió otra partida de 50 cuarteras de trigo y 30 de cebada por 340 reales. Pídese á cuanto ha vendido la cuartera de cada grano? Resolviendo estas dos ecuaciones $30x+40z=270$, $50x+30z=340$: se hallará que el tal labrador vendió el trigo á 5 rs. y la cebada á 3 reales.

414. Pedro y Juan en una compañía que hicieron, emplearon 8000 pesos. Lo que puso Pedro, con los tres quintos de lo que empleó Juan, sube á tanto como lo que empleó Juan y 3800 pesos. Decidme cuantos puso cada uno? Las ecuaciones son $x+z=8000$, y $x+\frac{3z}{5}=z+3800$; y asi diré que Pedro puso 5000 pesos y Juan 3000.

415. Un labrador tiene tantos carneros, que si de cada uno le dan 52 reales le faltarán 784 para comprar la casa en que habita; pero si de cada uno le dan 56 reales le sobrarán 352. Pídese cuantos carneros tiene, y cuanto vale la casa? Resolviendo estas dos ecuaciones $52x=z-784$, $56x=z+352$ se hallará que tenia 284 carneros, y que el valor de la casa era de 15552 reales.

416. Un general quiere premiar á una compañía de soldados que asaltaron un castillo, y halla que si da 4 doblones á cada uno le faltan 20, y si les da no mas que 3 le sobran 66. Se pide de cuantos soldados constaba la compañía, y cuanto tenia para repartir? Resuélvase como el problema anterior, y se hallará que la compañía constaba de 86 soldados, y que los doblones que habia para repartir eran 324

417. Dividir el número 270 en tres partes tales, que la 1ª sea el triplo de la 2ª, y esta el duplo de la tercera. Estas tres ecuaciones $x+z+u=270$, $x=3z$, y $z=2u$, manifiestan que la 1ª parte es 180, la 2ª 60, y la 3ª 30.

418. Búsquense tres números tales, que el segundo sea el duplo del primero, y el tercero el triplo del segundo; y que multiplicando el primero por 9, el segundo por 7, y el tercero por 4, hagan sus productos la suma de 282. Siendo x el número primero, z el segundo, y u el tercero, las ecuaciones serán $z=2x$, $u=3z$, $9x+7z+4u=282$, que resolviéndolas se hallará que el primer número es 6, el segundo 12, y el tercero 36.

419. Se ignoran los años de Pedro, Juan y Diego, pero se sabe que los de Pedro y Juan son tantos como los de Diego mas 20; que los de Juan y Diego son tantos como los de Pedro mas 30, y que la suma de los de Pedro y Diego es igual á los de Juan con 40 mas. Pídese cuantos años tiene cada uno? Siendo x los años de Pedro, y los de Juan, y z los de Diego, se tendrán estas tres ecuaciones $x+y=z+20$, $y+z=x+30$, $x+z=y+40$, que resueltas

indican que los años de Pedro son 30, los de Juan 25, y los de Diego 35.

420. Un abuelo tiene tantos años como su hijo y su nieto. Entre los tres tienen 180 años; el nieto tiene el tercio de los años de su padre, mas el noveno de los de su abuelo. Decidme cuantos años tiene cada uno? Sean v los años del abuelo, x los del hijo, y z los del nieto, y se tendrán estas tres ecuaciones $v=x+z$, $v+x+z=180$, $z=\frac{x}{3}+\frac{v}{9}$, las cuales resueltas indicarán que el abuelo tiene 90 años, el hijo 60, y el nieto 30.

421. Queriendo un labrador premiar á una partida de soldados que le habian defendido la casa de la invasion del enemigo, trata de repartirles una porcion de pesetas, y halla que si da 20 pesetas á cada soldado le sobran 20 pesetas, y que si da á razon de 25 le faltan 10. Decidme cuantas eran las pesetas, y cuantos los soldados? Siendo x el número de soldados y z el de las pesetas, se formarán estas dos ecuaciones $20x=z-20$, $25x=z+10$, que resueltas indicarán que los soldados eran 6, y que las pesetas eran 140.

422. Un brigadier tiene tres batallones á su disposicion para asaltar una plaza con

una parte de ellos; y les ofrece 901 doblones en esta forma: que á cada soldado de los que monten la brecha les dará un doblon, y los restantes se repartirán á los demas; se halla que dando el asalto el primer batallon les toca á los demas á medio doblon, si le dan el segundo toca á los demas $\frac{1}{3}$ de doblon, y si lo dan el tercero tocará á los demas $\frac{1}{4}$ de doblon. Se pide que número de soldados tenia cada batallon? Si x representan los soldados del primer batallon, z los del segundo, y u los del tercero; se tendrán las tres ecuaciones siguientes: $x+\frac{z+u}{2}=901$, $z+\frac{x+u}{3}=901$, $u+\frac{x+z}{4}=901$, que resueltas indicarán que el primer batallon constaba de 265 soldados, el segundo de 583, y el tercero de 689.

423. Dividir el número 207 en tres partes tales, que la mitad de la primera, el tercio de la segunda, y el cuarto de la tercera sean iguales entre sí. Suponiendo que x es la primera parte, z la segunda, y u la tercera, se tendrán estas tres ecuaciones, $y+z+u=207$, $\frac{x}{2}=\frac{z}{3}$, $\frac{x}{2}=\frac{u}{4}$ que resueltas darán á entender que la 1ª parte

es 46, la segunda 69, y la tercera 92.

424. Dividir el número 360 en cuatro partes tales, que la mitad de la primera, los dos tercios de la segunda mas 3, los tres quintos de la tercera menos 11; y el cuarto de la cuarta mas 12, sean iguales entre sí. Siendo x la primera parte, z la segunda, y la tercera, y u la cuarta, se tendrán las cuatro ecuaciones: $x+z+y+u=360$, $\frac{x}{2}=\frac{2z}{3}+3$, $\frac{x}{2}=\frac{3y}{5}-11$, $\frac{x}{2}=\frac{u}{4}+12$, que resueltas será: $x=86$, $z=60$, $y=90$, y $u=124$.

LECCION 3.ª

Resolucion de las ecuaciones de 2.º grado.

P. Como se gobernará V. para resolver las ecuaciones de segundo grado?

R. Si la ecuacion es simple, despues de haber despejado la incógnita, sacaré la raíz cuadrada de entrambos miembros, y estará concluida la operacion; pero si la ecuacion es afecta se observarán las reglas siguientes.

1.º Pásense todos los términos donde esté la incógnita al miembro primero, y aquellos que sean conocidos al segundo.

2.º Si el término que contiene el cuadrado de la incógnita tuviere algun coeficiente, se le quitará por las reglas dadas.

3º Añádase á cada miembro el cuadrado de la mitad del coeficiente de la incógnita sencilla.

4º Sáquese la raiz cuadrada de entrambos miembros, la cual en el primer miembro será siempre la incógnita, y la mitad del coeficiente de la incógnita sencilla; y en el segundo será una cantidad, cuyo signo será el de ambigüedad $\pm$.

5º Pásese al segundo miembro el término conocido del primero, al cual se le aplicará dos veces la raíz que haya resultado en el segundo miembro, la primera vez con signo positivo, y la segunda con signo negativo; y con esta operacion quedarán descubiertos los dos valores de la incógnita.

425. Búsquese un número que su cuadrado partido por 3, sea igual á seis veces el mismo número menos 24.

Operacion. Siendo x la letra que representa el número, se tendrá la ecuacion A; trasladando $6x$ al miembro primero tendremos la ecuacion B; multiplicando por 3 todos los términos de la ecuacion B, resultará la ecuacion C: añadiendo á cada miembro el cuadrado de 9, mitad del coeficiente de la incógnita sencilla, resultará la ecuacion D; estrayendo la raiz

$$
\begin{array}{l}
A.. \frac{x^2}{3}=6x-24 \\
B.. \frac{x^2}{3}-6x=-24 \\
C... x^2-18x=-72 \\
D.. x^2-18x+81=81-72=9 \\
E\ .\ x-9=\pm 3 \\
F.. x=9+3 \\
G.. x=12 \\
H.. x=6
\end{array}
$$

cuadrada de entrambos miembros, en el primero será $x-9$, y en el segundo será ± 3 con el signo de ambigüedad, y resultará la ecuacion E; trasladando 9 al segundo miembro se tendrá la ecuacion F; buscando el valor de x, en el supuesto que 3 segundo término del segundo miembro es positivo resultará la ecuacion G, que indica que x es igual á 12; volviendo á buscar el valor de x, en el supuesto que 3 es negativo, se tendrá la ecuacion H, en la cual $x=6$, por donde se ve que la incógnita tiene dos valores, á saber 12 y 6; cada uno de los cuales satisface á las condiciones del problema.

426. Buscar un número, que multiplicado por su cuarto, y añadiendo al producto el número 3, sea la suma lo mismo que el óctuplo del tal número menos 45. En es-

ta ecuacion: $\frac{x^2}{4}+3=8x-45$, $x=24$, y tambien $x=8$; y así dígase que el número que se pide es 24, ó bien 8.

427. Buscar un número que la mitad de su cuadrado sea tanto como el séptuplo del tal número ménos 24. En esta ecuacion $\frac{x^2}{2}=7x-24$; es $x=8$, y tambien $x=6$, y así dígase que el número que se pide es 8, ó bien 6.

428. Buscar un número, que el cuádruplo de su cuadrado sea 36. En esta ecuación: $4x^2=36$, es $x=3$, y tambien $x=-3$ y así dígase que el número que se pide es 3, y tambien es -3.

429. Hallar un número tal, que si al duplo de dicho número se añade siete veces el cociente que resulte de dividir 30 por dicho número, y de todo se quita 15, resulte nueve veces la mitad de dicho número más 5. En esta ecuacion $2x+\frac{7\times30}{x}-15=\frac{9x}{2}+5$, es $x=6$, y tambien $x=-14$ y así el número que se pide es 6, y tanbien -14.

430. Si la mitad del número de durillos que tiene Pedro se multiplica por la otra mi-

tad, y al producto se añaden 4, el agregado será once veces el número de sus durillos menos 68. Pídese cuantos durillos tiene Pedro? En esta ecuacion $\frac{x^2}{4}+4=11x-68$, es $x=36$, y tambien $x=8$; y así dígase que Pedro ó bien tiene 36 durillos, ó solo tiene 8.

FIN DE LA PRIMERA PARTE.