

## ANÁLISIS DE SISTEMAS NO LINEALES EN COMUNICACIONES: DISTORSIÓN ARMÓNICA, PRODUCTO DE INTERMODULACIÓN Y APROXIMACIÓN POLINÓMICA.

R. MATA<sup>1</sup>, J. CURPIÁN ALONSO<sup>1</sup>, M. FERNANDEZ<sup>1</sup>, M. GADEO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Electrónica. Escuela Universitaria Politécnica de Linares. Universidad de Jaén.  
23700-Linares. España.

*El objetivo de esta comunicación es presentar un software que permite realizar el análisis de sistemas no lineales a partir de su modelo de aproximación polinómica. Una vez modelado el sistema no lineal (SNL), se podrá realizar un análisis de su comportamiento tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, comprobando la relación existente entre los resultados obtenidos mediante el cálculo analítico de las amplitudes de las diferentes componentes espectrales con el obtenido mediante simulación. Además, a partir de medidas tomadas sobre dispositivos reales, se podrá generar un modelo de aproximación polinómica, pudiéndose comparar nuevamente los resultados reales del circuito con los obtenidos a partir de la simulación del modelo.*

### 1. Introducción.

La mayoría de los dispositivos utilizados en comunicaciones son sistemas no lineales, aunque por motivos de simplicidad en el análisis, se emplean aproximaciones lineales para modelarlos. Sin embargo, el estudio de los sistemas no lineales permite explicar resultados que el modelo lineal no contempla como soluciones, y por tanto, nos aporta un mayor conocimiento del dispositivo, que facilitará la solución a fenómenos no deseados (aparición de armónicos, productos de intermodulación) o aprovechamiento de sus características para la obtención de funciones que los sistemas lineales no permiten (mezcladores, conversores de frecuencia). Todo sistema no lineal puede representarse como una aproximación polinómica de grado determinado, de forma que utilizaremos la siguiente expresión para aproximar la respuesta de un dispositivo no lineal:

$$y(t) = ax(t) + bx^2(t) + cx^3(t) + dx^4(t) + \dots \quad (1)$$

donde  $x(t)$  representa la entrada al sistema,  $y(t)$  la salida, y los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,... constantes para cada dispositivo. No suele incluirse en el modelo la componente continua que pudiera generar el sistema.

El análisis de esta ecuación para las diferentes entradas al sistema que se pretende analizar representa un trabajo analítico considerable, que desde el punto de vista docente, desvía la atención hacia la resolución matemática del problema, olvidándose en cierta manera

del significado físico de la aparición de nuevas frecuencias inexistentes en la entrada así como de la dependencia multiparamétrica y no lineal de las amplitudes de salida. El desarrollo de una herramienta software que permita analizar sistemas no lineales a partir de su aproximación polinómica puede resultar interesante para la enseñanza de los dispositivos no lineales en la electrónica de comunicaciones. En el trabajo que se presenta a continuación se describe un programa que permite, por un lado, analizar la respuesta de sistemas no lineales en los dominios del tiempo y de la frecuencia (este último más interesante por ser donde se pueden analizar los resultados más fácilmente). Además permite modelar un sistema no lineal mediante aproximación polinómica a partir de las amplitudes de salida a cada una de las frecuencias, lo que puede utilizarse con sistemas reales y medidas obtenidas mediante analizadores de espectros.

## 2. Análisis de sistemas no lineales.

Una breve descripción de los métodos utilizados para el análisis del sistema no lineal permitirá conocer mejor el funcionamiento y versatilidad de la aplicación. Como se indica en la introducción, se utiliza una aproximación polinómica para la descripción entrada-salida del sistema. Las diferentes entradas se introducen en la ecuación que describe el sistema para la obtención de la señal salida. Posteriormente, se calcula y representa la transformada de Fourier para las dos señales. Dependiendo del tipo de señal de entrada al sistema, se podrán analizar diferentes fenómenos.

### 2.1. Distorsión armónica.

Para el análisis de la distorsión armónica, se introduce un único tono como señal de entrada. A la salida aparecerán componentes a la frecuencia introducida, frecuencias múltiplos (armónicos) y frecuencia cero (componente continua). Las amplitudes dependerán tanto de la señal de entrada como de los parámetros de la aproximación polinómica. Las relaciones analíticas para un sistema no lineal aproximado por un polinomio de orden tres son bien conocidas [1, 2] (y mostradas a continuación), por lo que en el software presentado, aparecen también las soluciones numéricas calculadas a partir de dichas ecuaciones, de forma que se pueda establecer una comparación entre ellas:

$$A_0 = \frac{bE^2}{2} \quad A_1 = aE + \frac{3cE^3}{4} \quad A_2 = \frac{bE^2}{2} \quad A_4 = \frac{cE^3}{4} \quad (2)$$

El estudio del punto de 1 dB de compresión de ganancia suele ser interesante en el estudio de los sistemas no lineales en electrónica de comunicaciones. Variando los parámetros  $c$  (término cúbico) y  $E$  (amplitud de la señal de entrada), puede verse la variación de ganancia a la frecuencia fundamental.

### 2.2. Productos de intermodulación

Para el análisis de los productos de intermodulación, la señal de entrada que permite analizar bien este fenómeno está compuesta por dos tonos diferentes. Esto permite obtener a la salida frecuencias según la relación  $nf_1 \pm mf_2$ . En este caso, la complejidad analítica de las amplitudes de salida es muy superior al caso anterior, presentándose en la aplicación gráficamente los resultados teóricos así como los obtenidos mediante los resultados analíticos de la aproximación polinómica (3).

$$\begin{aligned}
 d.c.: & \frac{b(E_1 + E_2)}{2}; & f_1: & aE_1 + \frac{3c}{2}(E_1E_2^2 + \frac{E_1^3}{2}); & f_2: & aE_2 + \frac{3c}{2}(E_2E_1^2 + \frac{E_2^3}{2}); \\
 2f_1: & \frac{bE_1^2}{2}; & 2f_2: & \frac{bE_2^2}{2}; & 3f_1: & \frac{cE_1^3}{4}; & 3f_2: & \frac{cE_2^3}{4}; \\
 PIM2(f_1 \pm f_2): & bE_1E_2; & PIM3(2f_1 \pm f_2): & \frac{3cE_2E_1^2}{4}; & PIM3(f_1 \pm 2f_2): & \frac{3cE_1E_2^2}{4};
 \end{aligned} \tag{3}$$

Los puntos de interés en el estudio de los productos de intermodulación suelen centrarse en los puntos de intersección del PIM3: Input Intersection Point (IIP) [1,2] y el Output Intersection Point (OIP) [1,2]. Variando los parámetros, puede verse su evolución en función de las amplitudes de entrada y término cúbico (también depende de las impedancias de entrada y salida, no consideradas).

### 2.3. Estimación del modelo.

Esta sección permite realizar el proceso de estimación del modelo polinómico a partir de los valores de las amplitudes a diferentes frecuencias: armónicos y PIM. No son necesarios todos los valores para el cálculo de los coeficientes, de forma que si se introduce un número superior al necesario se resolverá el sistema sobredeterminado. Como resultado se obtendrá el modelo polinómico, y la representación de los datos reales y los que generaría el modelo con los parámetros estimados, pudiéndose establecer un grado de bondad en el modelo obtenido.

### 3. Descripción de la herramienta software de análisis de sistemas no lineales y Aplicaciones didácticas

El software presentado para al análisis de sistemas no lineales está desarrollado en MATLAB [3, 4], con entorno gráfico para la introducción de datos y parámetros así como para la representación de resultados. Además los datos quedan almacenados como variables que pueden ser utilizados para otros fines que el usuario considere oportunos. La facilidad en la introducción de los datos y ejecución de la aplicación, permite que puedan estudiarse fácilmente los fenómenos generalmente indeseados ya comentados (generación de armónicos y PIM), así como la aplicación de las no linealidades para la obtención sistemas útiles. Pueden analizarse los mezcladores utilizando una frecuencia considerablemente mayor que la otra, de forma que se observa la traslación en el espectro de lo que podría considerarse como moduladora a la frecuencia de lo que sería la portadora. De manera similar los procesos de multiplicación de frecuencia y demodulación pueden analizarse a través de un sistema no lineal. Otra aplicación didáctica puede orientarse hacia la síntesis directa de frecuencias: como a partir de unos pocos tonos, pueden generarse multitud de nuevas frecuencias, que luego había que separar mediante filtrado. Este tipo de síntesis, si bien está en desuso, presenta la primera etapa para la docencia de sintetizadores de frecuencia.

Otras aplicaciones de la herramienta para la docencia están relacionadas con el modelado de dispositivos reales (desde diodos a amplificadores) que el alumno utiliza en el laboratorio. Mediante la introducción de un par de tonos al sistema bajo estudio y la medida de las amplitudes a cada una de las frecuencias de interés  $nf_1 \pm mf_2$  mediante la utilización de un analizador de espectros, podemos obtener los valores necesarios para que el software genere un modelo polinómico del sistema analizado. Además, podrá comprobarse la bondad del modelo obtenido al comparar las amplitudes reales del sistema con las estimadas mediante el modelo.

Para ello, bastará con variar frecuencias y amplitudes de entrada tanto en el sistema real como en el software de análisis.

En la Figura 1 se presentan dos capturas de pantalla del sistema, en las que se muestran ventanas con los resultados del análisis de un sistema a partir de su modelo polinómico y del modelado de un dispositivo, donde a partir de medidas reales, se obtiene su modelo.

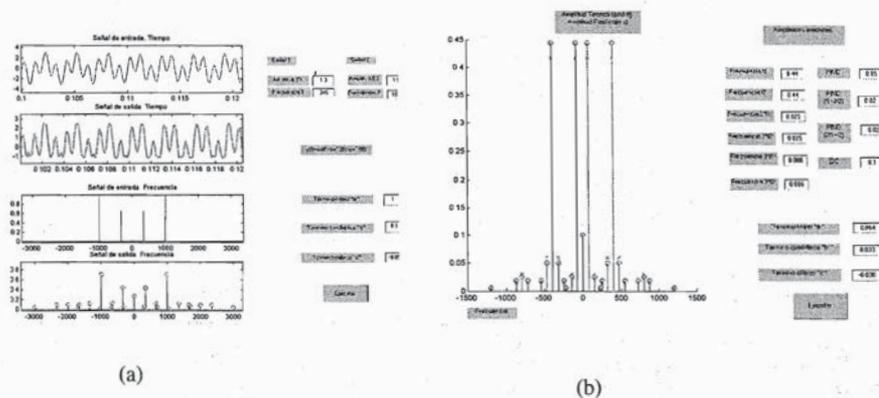


Figura 1: Entorno gráfico de la aplicación desarrollada. Análisis de un sistema no lineal (a) y modelado de un circuito real mediante aproximación polinómica de sus respuesta (b).

#### 4. Conclusiones

El objetivo de desarrollar un software que permita fácilmente visualizar los resultados producidos por la no linealidad de los sistemas queda resuelto con la aplicación presentada. El efecto que tiene el término cuadrático y especialmente el cúbico en la aparición de armónicos y productos de intermodulación, tanto en la localización de aparición de nuevas frecuencias como de su amplitud puede analizarse sin dificultad con un entorno amigable. Finalmente, la posibilidad de obtener un modelo polinómico a partir de medidas reales de un dispositivo no lineal permite comparar los resultados teóricos, simulados y reales de forma simple.

#### Referencias

- [1] Smith, Jack R. *Modern communication circuits*. McGraw-Hill, Boston 1997.
- [2] Sierra M., Calle, J. Riera, J., García, F. *Electrónica de comunicaciones*. Serv. Publicaciones de la ETSI Telecomunicación de Madrid. 1994.
- [3] Buck, John R *Computer explorations in signals and systems using Matlab*, Prentice Hall, cop. 1997
- [4] McClellan J., Burrus S., Oppenheim A. y otros *Computer-Based exercises for signal processing using MATLAB 5*: Prentice Hall, cop 1998.