

MODELO MATEMATICO DE COMPORTAMIENTO PARA DIODOS DE UNION

A. GONZALEZ, J.VALVERDE, M.GARCIA.

Departamento de Electrónica. Escuela de Ingenierías Industriales. Universidad de Extremadura. Badajoz

Se ha pretendido desarrollar modelos matemáticos para diodos de unión que permitan estudiar y predecir su comportamiento mediante el análisis de las ecuaciones obtenidas, utilizando el software adecuado, en este caso se ha hecho con Matlab.

1.- Introducción

Nos hemos propuesto en este trabajo, desarrollar un modelo matemático que represente el funcionamiento de un diodo de unión, en cualquiera de sus tres zonas de trabajo: Conducción, Corte o Zener, de manera que, podamos estudiar circuitos, que los contengan, resolviendo los sistemas de ecuaciones, obtenidos con las del modelo propuesto y las mallas correspondientes.

Al tratarse de un componente no lineal, los sistemas de ecuaciones resultantes también lo serán, por lo que, el modelo que se propone es adecuado para su estudio mediante ordenador, utilizando cualquier programa que permita la solución de este tipo de ecuaciones, en nuestro caso, se ha utilizado Matlab.

2.- Modelos

Con polarización directa o inversa, la ecuación que representa el comportamiento del diodo es:

$$I = I_s \left(e^{V_d/nV_T} - 1 \right) \quad (1)$$

Siendo i_d la corriente que pasa por el componente, cuando está polarizado con la tensión V_d .

Sin embargo, la ecuación anterior deja de ser válida cuando la polarización inversa alcanza la magnitud suficiente, para hacer que el componente entre en Zona Zener, por lo que no representa su comportamiento en esas condiciones. La curva I/V en esa Zona, se asemeja a una recta casi vertical, situada en el tercer cuadrante, con pendiente positiva muy grande, a partir del codo en el que $V = V_Z$. A la derecha de este punto ($V > V_Z$), el diodo se encuentra en corte y su comportamiento viene representado por la ecuación [1], pero si $V < V_Z$ el componente entra en Zona Zener, no se comporta como diodo y, por tanto, deja de estar representado por la ecuación indicada.

Si el punto de trabajo estuviera cercano a V_Z , por la derecha (polarización inversa), e introducimos un cambio de tensión que trate de desplazarlo hacia la izquierda (Zona Zener), veríamos que el cambio de corriente no puede ser instantáneo, ya que, las capacidades asociadas a la unión lo impiden, por lo que, la curva que representa a dicha Zona y la ecuación [1] deben dar, en conjunto, una función continua derivable en el punto $V = V_Z$, siendo V_Z siempre negativo, considerando las referencias de polaridad habituales.

Dado que V_Z suele ser considerablemente mayor que V_T , la derivada de la ecuación (1) evaluada en el punto $V = V_Z$ es aproximadamente cero.

Las ecuaciones polinómicas de la forma $y = x^n$ tienen derivada nula en $x = 0$, por lo que, debidamente desplazada para que $y = 0$ cuando $x = V_Z$, puede cumplir la condición anterior, dando un valor adecuado a n que debe ser impar, para que la curva aparezca en el tercer cuadrante.

Para valores altos de n , la curva adquiere una pendiente poco pronunciada en el intervalo: $-1 \leq x \leq 1$. Para otros, cambia muy rápidamente, lo que puede provocar un error en la gráfica, que induce a considerar que la tensión Zener (V_Z) está en el entorno del punto -1 , cosa que no es cierta en términos generales. Sin embargo, para valores más pequeños de n los cambios de pendiente se mantienen pequeños, fuera del entorno indicado y, hasta la zona que corresponda a valores habituales de V_Z , donde podemos provocar un cambio brusco de pendiente, que se asemeje a la adecuada para zona zener, introduciendo un factor multiplicativo en la función, como veremos seguidamente.

Hemos optado por tomar $n = 3$ y desplazar la curva, de manera que $V_{(0)} = V_Z$

$I_{(0)} = I_{Z(min)} = I_{ZM}$, con lo que quedaría:

$$I = a(V - V_Z)^3 + I_{ZM} \quad (2)$$

Siendo:

$I \Rightarrow$ Corriente que circula por el diodo en sentido inverso.

$V \Rightarrow$ Tensión inversa Anodo/Cátodo.

$V_Z \Rightarrow$ Tensión Zener

$I_{ZM} \Rightarrow$ Valor mínimo de corriente inversa para que el diodo entre en zona Zener.

$a \Rightarrow$ Factor multiplicativo para incrementar la pendiente de la curva.

El valor de I_{ZM} se obtiene haciendo $V = V_Z$ en la ecuación (1) y a lo podemos sacar a partir del punto de ruptura inversa del diodo, que es dato conocido y sustituido en (2) permite obtener el valor indicado.

Las ecuaciones que van a regir el comportamiento del diodo son las siguientes:

$$\text{Si } V > V_Z \quad I = I_S \left(e^{V/nV_T} - 1 \right);$$

$$\text{Si } V \leq V_Z \quad I = a(V - V_Z)^3 + I_{ZM};$$

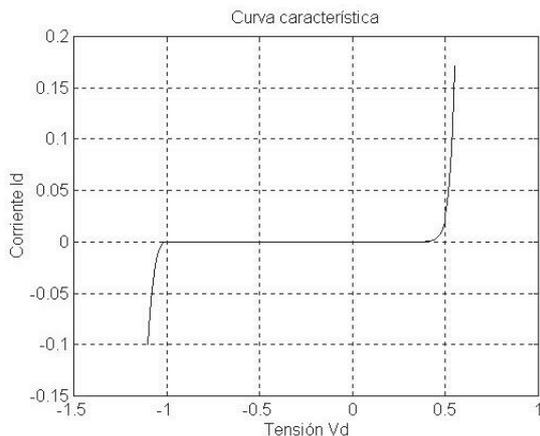


fig. 1

Utilizando este modelo hemos obtenido, la gráfica de la fig. 1.

La ecuación (2) no representa el efecto de la temperatura sobre la zona zener que, en rangos de temperaturas ambiente, es poco significativo para diodos de media y baja potencia. Sin embargo, el modelo se puede extender a otras temperaturas, tomando valores adecuados de a e I_{ZM} .

3. Análisis de circuitos con diodos

Utilizando el modelo propuesto, podemos analizar circuitos con diodos, haciendo suposiciones, acerca del estado de los mismos, que darán lugar a sistemas de ecuaciones, diferentes para cada estado, cuya resolución proporcionará los resultados adecuados.

Como ejemplo, analicemos el rectificador de media onda de la fig.2.

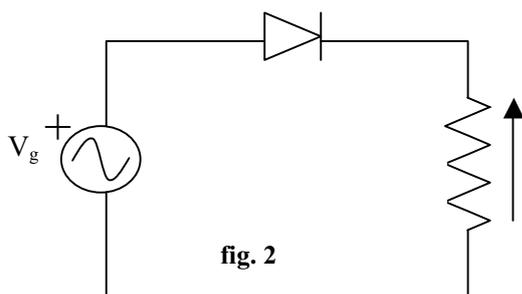
Con $V_g = 5\text{Sen}\pi t$ y tensión zener 3 v.

Si suponemos tensión umbral cero, cuando $V_g > 0$ el diodo conduce y $V_o \cong V_g$. Si $V_Z < V_g < 0$ estará cortado y $V_o = 0$, pero si $V_g \leq V_Z$, $V_o = V_g - V_Z = V_g + 3$.

La ecuación del circuito sería:

$V_g - V_d = I \cdot R = V_o$ y, siempre que el diodo no esté en zona zener, su ecuación sería la (1)

que, combinada con la anterior, daría : $V_d = f(V_g)$, o bien: $V_o(t)$.



Si, por el contrario, el diodo trabajara en zona zener, su ecuación sería la (2), lo que nos permitiría, siguiendo el proceso descrito, calcular los nuevos valores de $V_o(t)$.

El programa simula el comportamiento del circuito, mediante la resolución de su modelo matemático, dando los siguientes resultados de forma gráfica:

$V_g(t)$, $V_o(t) = V(t)$ (fig.3), así como, la ecuación temporal de la recta de carga y punto de trabajo.

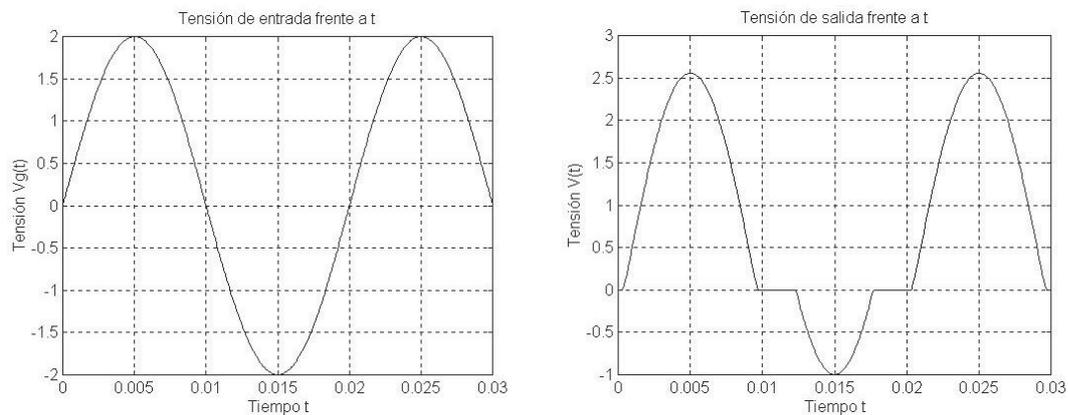


fig. 3

4. Conclusiones

El modelo expuesto permite un estudio de circuitos con diodos, mediante la resolución de ecuaciones matemáticas que incluyen su comportamiento en Zona Zener y hace posible programar el comportamiento de los mismos, valorando, de forma adecuada, los parámetros que aparecen en la ecuación.

El método se puede extender al estudio de transistores partiendo del modelo matemático adecuado a sus condiciones de trabajo.

Referencias

- [1] Antognetti, Massobrio. Semiconductor Device Modelling with Spice, 1988
- [2] G. Barrero, J. Valverde. Eurofach Electrónica nº292, 54-55, 2001
- [3] I Jornada de MATLAB en Extremadura. 36-38, 2000